Prof. Dr. Alfred Toth

Qualitative Arithmetik

Vorwort

Bereits in den beiden Bänden „Äpfel und Birnen“ (Tucson, AZ, 2010), die im Rahmen einer Werkedition für mich erschienen waren (268 S. u. 186 S.), waren die Grundlagen einer qualitativen Arithmetik gelegt worden. In meiner kürzlich erschienenen „Nummerntheorie“ (Tucson, AZ, 2017, 745 S.) wurden wesentliche Erweiterungen geliefert. Unter qualitativer Arithmetik wird dabei eine Arithmetik der Ontik (Objekttheorie) verstanden, d.h. eine Arithmetik, mit der nicht Zahlen, d.h. Zeichen, sondern Objekte gezählt werden. Wie in der Nummerntheorie ausführlich dargelegt wurde, können Objeke gezählt, abgezählt oder numeriert werden. Man sich etwa eine Kiste mit beliebigen, mit nach Farben geordneten sowie mit numerierten Kugeln vorstellen.

In Sonderheit sollte der hier wörtlich gebrauchte Begriff der qualitativen Zahl, deren Gesetze durch die qualitative Arithmetik geregelt werden, nicht mit dem Begriff der qualitativen Zahl verwechselt werden, den Engelbert Kronthaler in seiner Dissertation „Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten“ (Frankfurt am Main 1986) im Anschluß an die polykontexturale Logik und Ontologie Gotthard Günthers (1900-1984) verwendet, denn dort bedeutet qualitativ lediglich ortsfunktional. Dagegen wird in unserer qualitativen Arithmetik bereits das Objekt ortsfunktional eingeführt. Daher ist unsere qualitative Arithmetik natürlich bedeutend allgemeiner als die auf drei Typen von ortsfunktionalen Zählweisen projizierten Peanozahlen der Günther-Kronthalerschen Mathematik der Qualitäten.

Im Zentrum des folgenden Buches steht der neue Begriff der Relationalzahl, der nicht mit dem von Bense in die Semiotik eingeführten Begriff der Relationszahl verwechselt werden sollte, und der Begriff der Relationalzahl setzt den allgemeineren Begriff der Einbettung von Zahlen voraus, so daß man eine qualitative Zahl in unserem Sinne als ein Paar bestehend aus einer Peanozahl und einer weiteren Zahl definieren könnte, die den Einbettungsgrad angibt: $Q = (P, \omega)$, wobei P die Peanozahl und ω den ontischen Ort angibt. Es hat also hier jede Zahl – genau wie jedes Objekt - einen ontischen Ort, und es sind somit keine Mengen von Strukturen, welche ontische Orte erst definieren.

Tucson (AZ), 21. Juli 2017 Prof. Dr. Alfred Toth

Zeichenzusammenhänge im 4-partiten systemtheoretischen Zeichenmodell

1. Wie in Toth (2012a, b, c) gezeigt wurde, läßt sich über der systemtheoretisch-intrinsischen triadischen Zeichenrelation

$ZR_{int} := [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 2]]$

ein 4-fältiges Zeichenmodell der Form

	V	H
A	AV	AH
I	IV	IH

konstruieren, wodurch bei allen 10 semiotischen Haupt-Dualsystemen zwischen Vorder- und Hintergrundsperspektivierung unterschieden werden kann:

$V_1 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), \omega)\ (\omega, \omega)) \times$
$H_1 = ((\omega, \omega)\ (\omega, (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$V_2 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), \omega)\ (\omega, (\omega, 1))) \times$
$H_2 = (((\omega, 1), \omega)\ (\omega, (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$V_3 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), \omega)\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) \times$
$H_3 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ (\omega, (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$V_4 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, (\omega, 1))) \times$
$H_4 = (((\omega, 1), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$V_5 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) \times$
$H_5 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$V_6 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2))\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) \times$
$H_6 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ (((\omega, 1), 2), (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$V_7 = ((((\omega, 1), 2), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, (\omega, 1))) \times$
$H_7 = (((\omega, 1), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2)))$

$V_8 = ((((\omega, 1), 2), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) \times$

$H_8 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2)))$

$V_9 = ((((\omega, 1), 2), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2))\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) \times$
$H_9 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ (((\omega, 1), 2), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2)))$

$V_{10} = ((((\omega, 1), 2), (((\omega, 1), 2))\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2))\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) \times$
$H_{10} = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ (((\omega, 1), 2), (\omega, 1))\ (((\omega, 1), 2), (((\omega, 1), 2))),$

2.1. Aus der obigen Tabelle der systemtheoretischen semiotischen Dualsysteme können wir direkt eine erste Art von Zeichenzusammenhängen ablesen: die Chreoden, die als Schnittmenge zwischen dem Vorder- und Hintergrund jedes Dualsystems definiert sind:

$\chi(V_1, H_1) = (\omega, \omega)$

$\chi(V_2, H_2) = (((\omega, 1), \omega)\ (\omega, (\omega, 1)))$

$\chi(V_3, H_3) = ((((\omega, 1), 2), \omega), (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$\chi(V_4, H_4) = (((\omega, 1), (\omega, 1)))$

$\chi(V_5, H_5) = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$\chi(V_6, H_6) = ((((\omega, 1), 2), \omega), (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$\chi(V_7, H_7) = (((\omega, 1), (\omega, 1))) = X(V_4, H_4)$

$\chi(V_8, H_8) = (((\omega, 1), (\omega, 1))) = X(V_7, H_7) = X(V_4, H_4)$

$\chi(V_9, H_9) = ((((\omega, 1), 2), (\omega, 1)), ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2)))$

$\chi(V_{10}, H_{10}) = (((\omega, 1), 2), (((\omega, 1), 2))$

2.2. Es stellt sich nun die Frage, wie der Zusammenhang zwischen dem Außen und dem Innen in jedem der 10 Dualsysteme aussieht. Da diese Art des Zusammenhangs extern natürlich über die entsprechenden interne Zusammenhänge abläuft, genügt deren Untersuchung. Von den Basisabbildungen der dyadischen Partialrelationen einer triadischen Relation thematisieren der Mittel- und der Interpretantenbezug das Innen und der Objektbezug erwartungsgemäß das Außen des jeweiligen Systems:

$M := (A \rightarrow I)$ (objektives Subjekt)

$J \rightarrow \quad (((A \rightarrow I) \rightarrow A)) \rightarrow I))$ (subjektives Subjekt)

$O \rightarrow \quad ((A \rightarrow I) \rightarrow A))$ (objektives Objekt),

d.h. eine systemtheoretische Semiotik wird über die logisch-epistemischen Basisrelationen motiviert. Allerdings fehlt in einer triadischen Semiotik eine Abbildung für das subjektive Objekt; hierzu bedarf es einer mindestens tetradischen Semiotik. Für die systemtheoretische Zeichenrelation bedeuten die obigen Entsprechungen also, daß systemische Zeichenzusammenhänge sensu proprio durch die Korrespondenzen

oS: $\quad M \leftrightarrow (A \rightarrow I) \leftrightarrow \omega$

sS: $\quad I \leftrightarrow (((A \rightarrow I) \rightarrow A)) \rightarrow I)) \leftrightarrow [\omega, 1]$

oO: $\quad O \leftrightarrow ((A \rightarrow I) \rightarrow A)) \leftrightarrow [[\omega, 1], 2]]$

Wie man leicht erkennt, tritt also die basale Abbildung ω bereits in einer triadischen Relation in dreifacher Verschachtelungsstufe auf, d.h. als ω, $[\omega]$ und $[[\omega]]$. Mit anderen Worten: Um den Zusammenhang der Partialrelationen zu formalisieren, muß man auch die in Toth (1997, S. 21 ff.) definierten semiotisch-kategorietheoretischen (einfachen und komponierten sowie inversen) Morphismen redefinieren: $\alpha: = (M \rightarrow O)$, $\beta := (O \rightarrow I)$. Bei der Tieferlegung der Semiotik auf die Systemtheorie werden somit die innerhalb der Peirce-Bense-Semiotik noch qualitativ definierten und unterschiedenen Morphismen zu einer einzigen rein quantitativen Abbildung, bei der allerdings verschiedene Einbettungsstufen zu unterscheiden sind. Wir wollen definieren:

$\omega := A \rightarrow I$

$\gamma_1 := \omega \rightarrow [\omega]$

$\gamma_2 := \omega \rightarrow [[\omega]]$,

allgemein gilt also: $\gamma_n := \omega \rightarrow [\omega]_n$.

Zur Definition einer systemtheoretischen Semiotik benötigt man somit nur drei Dinge:

1. Die Parameter [± Innen] und [± Vordergrund],

2. Die Abbildung $\omega := A \rightarrow I$,

3. Den Einbettungsoperator $\gamma_n := \omega \rightarrow [\omega]_n$.

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Zu einer systemtheoretischen Definition des Zeichenbegriffs. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Eine neue 4-partite Zeichenrelation. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Zu einer Modelltheorie der systemischen Semiotik

1. In Toth (2012) war festgestellt worden, daß die von mir eingeführte systemische Semiotik sich als Tripel

$\Sigma = [P, \omega, \gamma_n]$

einer Menge von Parametern P, einer Abbildung ω und eines Einbettungsoperators definieren läßt, wobei

$P := [[\pm \text{ Innen}], [\pm \text{ Vordergrund}]]$,

$\omega := A \rightarrow I$,

$\gamma_n := \omega \rightarrow [\omega]_n$

gilt. Als Basisrelation der triadischen systemischen Semiotik sind die Zeichenrelation

$ZR_{int} := [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 2]]$

und das Perspektivierungsschema (V = Vordergrund, H = Hintergrund)

	V	H
A	AV	AH
I	IV	IH

definiert.

2. Es stellt sich hiermit die Frage, ob sich die bislang definierten Begriffe auch dazu eignen, um zu definieren, ob ein Etwas ein Zeichen ist oder nicht. Man erinnert sich an frühere Arbeiten von mir (z.B. Toth 2009, 2010) oder aus dem Bereich der verbalen Semiotik z.B. an Hugo Balls Frage, warum ein Baum nicht „Pluplusch" heißen können - wenn es geregnet habe, aber „Pluplubasch". Vom Standpunkt der Peirce-Bense-Semiotik würde sich eine Stellungnahme zu dieser Frage auf die (sicherlich korrekte) Feststellung beschränken, weder Pluplusch noch Pluplubasch seien sprachliche Zeichen im Sinne des konventionellen Mittelbezugs (1.3). Vom modelltheoretischen Standpunkt aus bedeutet die Frage aber, daß es einer Bewertung oder Interpretation bedarf,

um zu entscheiden, ob ein bestimmtes Zeichen Z wie Pluplusch oder Pluplubasch Element des Mittelrepertoires {M} einer bestimmten Sprache L ist oder nicht. Formal ausgedrückt: Die systemische Abbildung

$M := (A \rightarrow I)$

ist zu ersetzen durch

$\{M\} := \{(A \rightarrow I)_1, (A \rightarrow I)_2, (A \rightarrow I)_3, \ldots, (A \rightarrow I)_n)$.

Dies gilt nun natürlich nur für eine bestimmte Sprache L, also z.B. für das Deutsche. Soll aber geprüft werden, ob Pluplusch und Pluplubasch *irgendeiner* anderen (natürlichen oder künstlichen) Sprache angehört, müssen wir von einer Menge {L} ausgehen, von denen jede natürlich ein Repertoire {M} enthält. Damit benötigen wir nun aber (vereinfacht ausgedrückt)

$\{\{M\}\} := \{\{(A \rightarrow I)_1, (A \rightarrow I)_2, (A \rightarrow I)_3, \ldots, (A \rightarrow I)_n)\}\}$,

wobei man noch höherstufige Abbildungen annehmen kann, da es Sprachen gibt, die z.B. innerhalb ihres Lexikon noch sog. Register unterscheiden, wie z.B. das Javanische, wo es etymologisch unverbundene Wörter zur Bezeichnung ein und desselben Objekts gibt, je nachdem, welchem sozialen Status der Gesprächspartner angehört.

3. Was den Objekt- und den Interpretantenkonnex anbetrifft, so können wir hier etwas summarischer argumentieren, da die Probleme hier eher als beim Mittelbezug als bekannt vorausgesetzt werden können. Z.B. führt die Einführung logischer möglicher Welten in die systemische Semiotik dazu, daß man von

$O \rightarrow \quad ((A \rightarrow I) \rightarrow A))$

zu

$\{O\} \rightarrow \{((A \rightarrow I) \rightarrow A))_1, ((A \rightarrow I) \rightarrow A))_2, ((A \rightarrow I) \rightarrow A))_3, \ldots, ((A \rightarrow I) \rightarrow A))_n\}$

übergehen muß, wobei sich höhere Ableitungsstufen wohl erübrigen. Z.B. könnte rein theoretisch Lewis Carroll's „The White Knight‘s Song” in einer anderen als der uns vertrauten Ontologie sinnvoll sein. Speziell von hier aus ergeben sich natürlich Verbindungen zur Polykontexturalitätstheorie.

Ersetzen wir aus Parallelitätsgründen

$J \rightarrow \quad (((A \rightarrow I) \rightarrow A)) \rightarrow I))$

durch

$\{J\} \rightarrow \; ((((A \rightarrow I) \rightarrow A)) \rightarrow I))_1, (((A \rightarrow I) \rightarrow A)) \rightarrow I))_2, (((A \rightarrow I) \rightarrow A)) \rightarrow I))_3, \ldots,$
$(((A \rightarrow I) \rightarrow A)) \rightarrow I))_n),$

so können wir hiermit das in der Peirce-Bense-Semiotik ebenfalls unbehandelbare Problem der Idio-, Sozio- und Dialekte behandeln, das keineswegs auf sprachliche Zeichensysteme beschränkt ist, wenn man etwa an die landestypisch verschiedenen Verkehrszeichen, Gestik, Mimik usw. denkt (letzteres steht z.B. explizit, jedoch ohne semiotische Referenz, in jedem Lehrbuch für angehende Hotelangestellte).

Damit wird also das elementare systemtheoretische Zeichenmodell

$ZR_{int} := \; [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 2]]$

durch

$ZR_{int} := \; [\{\omega\}, \{[\omega, 1]\}_n, \{[[\omega, 1], 2]\}]$

ersetzt, und das erstere stellt somit einen 1-stufigen Spezialfall des zweiten, n-stufigen übergeordneten Modells dar.

Literatur

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Modelltheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Multivariante Semiotik und Modelltheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Zeichenzusammenhänge im 4-partiten systemtheoretischen Zeichenmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Relationale Einbettungszahlen

1. Die über den dyadischen Partialrelationen

$\omega := (A \rightarrow I)$

$[\omega, 1] := ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$

$[[\omega, 1], 1] := (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)$

definierbare triadische systemtheoretische Zeichenklasse

$ZR_{sys} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$

(Toth 2012) weist im Grunde nur die eine Abbildung ω, allerdings in drei verschiedenen Einbettungsstufen, auf, die man durch [ω], [[ω]], [[[ω]]] kennzeichnen könnte. Damit kann man allerdings die theoretisch unendlich vielen Einbettungen durch einen einzigen indizierten Einbettungsoperator definieren. Da ferner ω nur ein Spezialfall für eine theoretisch beliebige Abbildung zwischen den beiden Gliedern einer beliebigen Dichotomie ist, wollen wir nun definieren. Sei

$D := [a, b]$

eine beliebige Dichotomie und

$1 := a(b) = b \rightarrow a$

eine beliebige Abbildung der Glieder von D. Ferner bedeute „1“, daß diese Abbildung eine „Oberflächenabbildung“ sei, d.h. daß die Einbettungsstufe 0 vorliege:

$1 = [1_0] := 1_0$.

Damit können wir das obige systemtheoretische semiotische Minimalsystem wie folgt notieren

$\omega = 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$,

d.h. wir können hiermit nicht nur die Semiotik auf die Systemtheorie (wie in meinen letzten Arbeiten gezeigt) zurückführen, sondern die letztere durch Paar

$RE = \langle 1, {}_{n}] \rangle$,

bestehend aus einer Abbildung 1 und einem n-stufigen Einbettungsoperator ${}_{n}]$ definieren und nennen dieses Paar RE eine RELATIONALE EINBETTUNGSZAHL.

2. Was haben wir mit dieser weiteren Abstraktion erreicht? War die Rückführung der Peirce-Benseschen Zeichenrelation ZR = (M, O, I) auf die systemtheoretische Zeichenrelation ZR = (1, (1, 2), ((1, 2), 3)) mit „Verlängerung“ für n-adische Relationen ZR^n = (1, (1, 2), ((1, 2), 3), (((1, 2), 3)), 4), ...) und der Ersetzung der qualitativ definierten Partialrelationen bzw. semiotischen Funktionen durch allgemeinere systemtheoretische Abbildungen die Verabschiedung des substantiellen Rests der ansonsten relationalen Zeichenrelation ZR = (M, O, I), so werden durch die Einführung der relationalen Einbettungszahlen nun auch noch die letzten statischen Momente der Relation ZR^n durch Morphismen ersetzt und somit die systemtheoretische Basis der Zeichenrelation ZR^n selbst so weit wie nur möglich verallgemeinert.

Damit haben wir also ein TRIPARTITES SEMIOTISCHES SYSTEM vor uns: Wir geben nachstehend für jede der 10 Peirce-Benseschen Zeichenklassen zunächst die traditionelle Notation in Form der semiotischen Kategorien, dann die systemtheoretischen Entsprechungen und hernach ihre Transformationen in Teilsysteme relationaler Einbettungszahlen. (Da die Realitätsthematiken ja dual zu ihren Zeichenklassen sind, erübrigt sich hier ihre gesonderte Darstellung.)

1. Zkl = (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow S_1 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), \omega)\ (\omega, \omega)) \rightarrow$
   $RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 1], [1, 1]]$.

2. Zkl = (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow S_2 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), \omega)\ (\omega, (\omega, 1)))$
   $RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 1], [1, 2]]$.

3. Zkl = (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow S_3 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), \omega)\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) \rightarrow$

RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 1], [1, 3]].

4. Zkl = (3.1 2.2 1.2) → S_4 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), (ω, 1)) (ω, (ω, 1))) → RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 2], [1, 2]].

5. Zkl = (3.1 2.2 1.3) → S_5 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), (ω, 1)) (ω, ((ω, 1), 2))) →
RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 2], [1, 3]].

6. Zkl = (3.1 2.3 1.3) → S_6 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), ((ω, 1), 2)) (ω, ((ω, 1), 2))) → RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 3], [1, 3]].

7. Zkl = (3.2 2.2 1.2) → S_7 = ((((ω, 1), 2), (ω, 1)) ((ω, 1), (ω, 1)) (ω, (ω, 1))) →
RE = [[1_{-3}, 2], [1_{-2}, 2], [1, 2]].

8. Zkl = (3.2 2.2 1.3) → S_8 = ((((ω, 1), 2), (ω, 1)) ((ω, 1), (ω, 1)) (ω, ((ω, 1), 2))) → RE = [[1_{-3}, 2], [1_{-2}, 2], [1, 3]].

9. Zkl = (3.2 2.3 1.3) → S_9 = ((((ω, 1), 2), (ω, 1)) ((ω, 1), ((ω, 1), 2)) (ω, ((ω, 1), 2))) → RE = [[1_{-3}, 2], [1_{-2}, 3], [1, 3]].

10. Zkl = (3.3 2.3 1.3) → S_{10} = ((((ω, 1), 2), (((ω, 1), 2)) ((ω, 1), ((ω, 1), 2)) (ω, ((ω, 1), 2))) → RE = [[1_{-3}, 3], [1_{-2}, 3], [1, 3]].

Die Konstanz der Struktur [[1_{-3}, -], [1_{-2}, -], [1, -]] erweckt hier den Eindruck der Redundanz der RE. Das ändert sich jedoch schnell, wenn man die Permutation der Partialrelationen zuläßt, wie dies z.B. bereits Bense bei seiner Definition der Realitätsthematiken, Kommunikations- und Kreationsschemata getan hatte. Dann erhalten wir also z.B. für das obige Teilsystem 10 die folgenden 6 Möglichkeiten:

[[1_{-3}, 3], [1_{-2}, 3], [1, 3]], [[1_{-3}, 3], [1, 3], [1_{-2}, 3]], [[1_{-2}, 3], [1_{-3}, 3], [1, 3]], [[1_{-2}, 3], [1, 3], [1_2, 3]], [[1, 3], [1_{-3}, 3], [1_{-2}, 3]], [[1, 3], [1_{-2}, 3], [1_3, 3]].

Ferner sollte man sich bewußt sein, daß die Anwendung systemtheoretischer Relationen gerade in komplexen Zeichenklassen nicht in der Form diskreter semiotischer Repräsentationssysteme geschieht, so daß solche in mannigfacher Kombination auftreteten, d.h. die ursprüngliche triadisch-retrosemiosische Struktur der Peirce-Benseschen Zeichenklassen kann durch Einfügung einer beliebigen Anzahl beliebiger Partialrelationen unterbrochen, überbrückt und noch anders modifiziert werden. Ferner kommen nach der Definition von ZR^n ja nicht nur triadische, sondern auch höherstufige Relationen vor. Zusammen mit den Permutationsmöglichkeiten ergeben sich damit hochgradisch komplexe semiotische Zeichenstrukturen, Zeichensysteme und Zeichenprozesse, bei denen die scheinbare Konstanz der RE, wie sie für den Grenzfall der triadischen Repräsentationssysteme erscheint, die einzige Möglichkeit der Gliedern in Typen (via triadische und trichotomische Werte, d.h. Abbildungen) und Stufen (via Einbettungen) darstellt.

Literatur

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Relationale Einbettungen von Paaren dyadischer Relationen

1. Die von Bense (1975, S. 1005) eingeführte große semiotische Matrix beruht auf Paaren dyadischer Partialrelationen der Form ((a.b), (c.d)) mit a, ..., d $\in$ {1, 2, 3}. Entsprechend werden in über der großen Matrix konstruierten semiotischen Repräsentationsklassen deren Dyaden durch Paare von Dyaden ersetzt. Geht man nun von dem in Toth (2012a) eingeführten 4-partiten Zeichenmodell mit den parametrischen Relation [$\pm$ Innen] und [$\pm$ Vordergrund] aus

	V	H
A	AV	AH
I	IV	IH,

dann muß diese "systemische" Matrix für Paare dyadischer Relation durch die folgende erweiterte Matrix ersetzt werden:

	AV	AH	IV	IH
AV	AVAV	AVAH	AVIV	AVIH
AH	AHAV	AHAH	AHIV	AHIH
IV	IVAV	IVAH	IVIV	IVIH
IH	IHAV	IHAH	IHIV	IHIH

2. Nun haben semiotische Vordergrunds-Perspektivierungen die Form Peirce-Bensescher Zeichenthematiken

$V = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 2]]$

und semiotische Hintergrunds-Perspektivierungen demzufolge die Form Peirce-Bensescher Realitätsthematiken

$H = \times[\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 2]] = [[2, [1, \omega]], [1, \omega], \omega]$,

und da das Innen durch die Thematisationen der logisch-epistemischen Relationen des subjektiven und objektiven Subjektes

I = ([[ω, 1], 2]], [ω])

und das Außen durch die Thematisationen der logisch-epistemischen Relation des (objektiven) Objektes

A = ([ω, 1])

semiotisch repräsentiert werden, können wir also die Dyadenpaare der erweiterten systemischen Matrix nun wie folgt darstellen

AVAV:= ([ω, 1])

AVAH:= ([ω, 1]), [1, ω])

AVIV := ([ω, 1]), ([[ω, 1], 2]], [ω]))

AVIH := ([ω, 1]), (([ω], [[2, [1, ω]])

AHAV:= ([1, ω], [ω, 1])

AHAH := ([1, ω], [1, ω])

AHIV := ([1, ω], ([[ω, 1], 2]], [ω]))

AHIH := ([1, ω], (([ω], [[2, [1, ω]])

IVAV := ([[ω, 1], 2]], [ω]], [ω, 1])

IVAH := ([[ω, 1], 2]], [ω]], [1, ω])

IVIV := ([[ω, 1], 2]], [ω]], [[ω, 1], 2]], [ω])

IVIH := ([[ω, 1], 2]], [ω]], [[2, [1, ω]])

IHAV := ([[2, [1, ω]], [ω, 1])
IHAH := ([[2, [1, ω]], [1, ω])

IHIV := ([[2, [1, ω]], ([[ω, 1], 2]], [ω])

IHIH := ([[2, [1, ω]], [[2, [1, ω]])

Man kann diese relationalen Einbettungen nun weiter vereinfachen bzw. abstrahieren, indem man die in Toth (2012b) eingeführten relationalen Einbettungszahlen verwendet, für die gilt

$\omega := 1$

$[\omega, 1] := 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] := 1_{-2}$,

$[[[\omega, 1], 1], 2]] := 1_{-3}$

Die dualen RE können wir somit wie folgt definieren

$[1, \omega] := {}_{-1}1$

$[1, [1, \omega]] := {}_{-2}1$

$[[2, [1, [1, \omega]]] := {}_{-3}1$,

und diese Definitionen genügen zur Konversion von Dyadenpaaren der großen semiotischen Matrix in relationale Einbettungszahlen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Eine neue, 4-partite Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Komplexe relationale Einbettungszahlen

1. Die in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen (REZ)

$\omega := 1$

$[\omega, 1] := 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] := 1_{-2}$,

$[[[\omega, 1], 1], 2]] := 1_{-3}$

sowie ihre dualen

$[1, \omega] := {}_{-1}1$

$[1, [1, \omega]] := {}_{-2}1$

$[[2, [1, [1, \omega]]] := {}_{-3}1$,

können leicht zu einem komplexen Zeichenzahlenkalkül (vgl. Toth 2012b, c) ausgebaut werden. Dazu definieren wir

$\omega = (A \rightarrow I)$

$- \omega = (A \rightarrow -I)$

Somit gilt

$[\omega, -1] = (a.-b)$

$[-\omega, 1] = (-a.b)$

$[-\omega, -1] = (-a.-b)$,

und man hat also die allgemeinen Formen dyadischer Partialrelationen für alle vier Quadranten eines kartesischen Koordinatensystems (vgl. Toth 2007, S. 57 ff.). Die 10 Hauptdualsysteme einer systemischen Semiotik lassen sich damit in den folgenden expliziten Formen notieren:

1. Zkl = $(\pm 3.\pm 1\ \pm 2.\pm 1\ \pm 1.\pm 1)$ $\rightarrow$ $S_1 = ((((\pm\omega, \pm 1), \pm 2), \pm\omega)\ ((\pm\omega, \pm 1), \pm\omega)\ (\pm\omega, \pm\omega)) \rightarrow$ RE = $[[\pm 1_{-3}, \pm 1], [\pm 1_{-2}, \pm 1], [\pm 1, \pm 1]]$.

2. Zkl = (±3.±1 ±2.±1 ±1.±2) → S_2 = ((((±ω, ±1), ±2), ±ω) ((±ω, ±1), ±ω) (±ω, (±ω, ±1))) → RE = [[±1_{-3}, ±1], [±1_{-2}, ±1], [±1, ±2]].

3. Zkl = (±3.±1 ±2.±1 ±1.±3) → S_3 = ((((±ω, ±1), ±2), ±ω) ((±ω, ±1), ±ω) (±ω, ((±ω, ±1), ±2))) → RE = [[±1_{-3}, ±1], [±1_{-2}, ±1], [±1, ±3]].

4. Zkl = (±3.±1 ±2.±2 ±1.±2) → S_4 = ((((±ω, ±1), ±2), ±ω) ((±ω, ±1), (±ω, ±1)) (±ω, (±ω, ±1))) → RE = [[±1_{-3}, ±1], [±1_{-2}, ±2], [±1, ±2]].

5. Zkl = (±3.±1 ±2.±2 ±1.±3) → S_5 = ((((±ω, ±1), ±2), ±ω) ((±ω, ±1), (±ω, ±1)) (±ω, ((±ω, ±1), ±2))) → RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 2], [1, 3]].

6. Zkl = (±3.±1 ±2.±3 ±1.±3) → S_6 = ((((±ω, ±1), ±2), ±ω) ((±ω, ±1), ((±ω, ±1), ±2)) (±ω, ((±ω, ±1), ±2))) → RE = [[±1_{-3}, ±1], [±1_{-2}, ±3], [±1, ±3]].

7. Zkl = (±3.±2 ±2.±2 ±1.±2) → S_7 = ((((±ω, ±1), ±2), (±ω, ±1)) ((±ω, ±1), (±ω, ±1)) (±ω, (±ω, ±1))) → RE = [[±1_{-3}, ±2], [±1_{-2}, ±2], [±1, ±2]].

8. Zkl = (±3.±2 ±2.±2 ±1.±3) → S_8 = ((((±ω, ±1), ±2), (±ω, ±1)) ((±ω, ±1), (±ω, ±1)) (±ω, ((±ω, ±1), ±2))) → RE = [[±1_{-3}, ±2], [±1_{-2}, ±2], [±1, ±3]].

9. Zkl = (±3.±2 ±2.±3 ±1.±3) → S_9 = ((((±ω, ±1), ±2), (±ω, ±1)) ((±ω, ±1), ((±ω, ±1), ±2)) (±ω, ((±ω, ±1), ±2))) → RE = [[±1_{-3}, ±2], [±1_{-2}, ±3], [±1, ±3]].

10. Zkl = (±3.±3 ±2.±3 ±1.±3) → S_{10} = ((((±ω, ±1), ±2), (((±ω, ±1), ±2)) ((±ω, ±1), ((±ω, ±1), ±2)) (±ω, ((±ω, ±1), ±2))) → RE = [[±1_{-3}, ±3], [±1_{-2}, ±3], [±1, ±3]].

Literatur

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Komplexe Zeichenzahlen in einer intrinsischen Semiotik. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Differentiation und Integration systemischer Chreoden

1. Wir gehen aus von den folgenden Definitionen systemtheoretischer Abbildungen (Toth 2012a):

$\omega := (A \to I)$

$[\omega, 1] := ((A \to I) \to A)$

$[[\omega, 1], 1] := (((A \to I) \to A) \to I)$.

Nach diesen Definitionen gelten also folgende semiotischen Ableitungen (Toth 2012b):

$f([[\omega, 1], 1])' = [\omega, 1]$

$f([\omega, 1])' = \omega$.

2. Nun übernehmen wir zusätzlich die in Toth (2012c) gegebenen Definition relationaler Einbettungszahlen:

$\omega := 1$

$[\omega, 1] := 1_{-1}$ $\quad [1, \omega] := {}_{-1}1$

$[[\omega, 1], 1] := 1_{-2}$, $\quad [1, [1, \omega]] := {}_{-2}1$

$[[[\omega, 1], 1], 2]] := 1_{-3}$ $\quad [[2, [1, [1, \omega]]] := {}_{-3}1$

3. Nach Toth (2012d) gibt es folgende Chreoden des vollständigen systemischen semiotischen Dualsystems:

$\chi(V_1, H_1) = (\omega, \omega) = [1, 1]$

$\chi(V_2, H_2) = (((\omega, 1), \omega)\ (\omega, (\omega, 1))) = [[1_{-1}, 1], [1, 2]]$

$\chi(V_3, H_3) = ((((\omega, 1), 2), \omega), (\omega, ((\omega, 1), 2))) = [[1_{-2}, 1], [1, 3]]$

$\chi(V_4, H_4) = (((\omega, 1), (\omega, 1))) = [1_1, 2]$

$\chi(V_5, H_5) = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) = [[1_{-2}, 1], [1_{-1}, 2], [1, 3]]$

$\chi(V_6, H_6) = ((((\omega, 1), 2), \omega), (\omega, ((\omega, 1), 2))) = \chi(V_3, H_3) = [[1_{-2}, 1], [1, 3]]$

$\chi(V_7, H_7) = (((\omega, 1), (\omega, 1))) = \chi(V_4, H_4) = [1_1, 2]$

$\chi(V_8, H_8) = (((\omega, 1), (\omega, 1))) = \chi(V_7, H_7) = \chi(V_4, H_4) = [1_1, 2]$

$\chi(V_9, H_9) = ((((\omega, 1), 2), (\omega, 1)), ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2))) = [[1_{-2}, 2], [1_{-1}, 3]]$

$\chi(V_{10}, H_{10}) = (((\omega, 1), 2), (((\omega, 1), 2)) = [1_{-2}, 3]$.

Aus praktischen Gründen beschränken wir uns hier auf Ableitungen der 1. Stufe:

$(\chi(V_1, H_1))' = [1, 1]' = [1, 1]$

$(\chi(V_2, H_2))' = [[1_{-1}, 1], [1, 2]]' = [[1_{-1}, 1], [1, 1]]$

$(\chi(V_3, H_3))' = [[1_{-2}, 1], [1, 3]]' = [[1_{-2}, 1], [1, 2]]$

$(\chi(V_4, H_4))' = [1_1, 2]' = [1_{-1}, 1]$

$(\chi(V_5, H_5))' = [[1_{-2}, 1], [1_{-1}, 2], [1, 3]]' = [[1_{-2}, 1], [1_{-1}, 2], [1, 2]]$

$(\chi(V_6, H_6))' = [[1_{-2}, 1], [1, 3]]' = [[1_{-2}, 1], [1, 2]]$

$(\chi(V_7, H_7))' = [1_1, 2]' = [1_{-1}, 1]$

$(\chi(V_8, H_8))' = [1_1, 2]' = [1_{-1}, 1]$

$(\chi(V_9, H_9))' = [[1_{-2}, 2], [1_{-1}, 3]]' = [[1_{-2}, 2], [1_{-1}, 2]]$

$(\chi(V_{10}, H_{10}))' = [1_{-2}, 3]' = [1_{-2}, 2]$

Wie soll man also die bereits auf 1. Ableitungsstufe auftretenden Koinzidenzen interpretieren? Da Chreoden ja als nicht-leere Schnittmengen der Repräsentationssysteme und ihrer Dualen definiert sind, kann man hier rein arithmetisch an eine semiotische Entsprechung der kleinen gemeinschaftlichen Vielfachen denken.

Literatur

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Eine neue, 4-partite Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Semiotische Chreoden von Vorder- und Hintergrund. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Umgebungen relationaler Einbettungszahlen

1. Wir gehen aus von den in Toth (2012a, b) eingeführten relationalen Einbettungszahlen. Gegeben sei eine beliebige Dichotomie

$D := [a, b]$

und eine Abbildung, welche das eine Glied von D auf das andere abbildet

$1 := a(b) = b \rightarrow a$

Diese Abbildung 1 werde nun in eine potentiell unendliche Hierarchie von Stufen eingebettet $[1\ _n]$ eingebettet, wobei für die Grundstufe gilt

$1 = [1_0] := 1_0$.

Eine relationale Einbettungszahl (REZ) ist somit ein Paar

$RE = <1,\ _n]>$.

Damit lassen sich die Partialrelationen der systemischen Repräsentationsklasse

$ZR_{sys} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$

wie folgt definieren

$\omega := 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$,

d.h. wir können hiermit nicht nur die Semiotik auf die Systemtheorie verallgemeinern, sondern die letztere allein durch eine Abbildung und einer Hierarchie von Einbettungen formalisieren.

2. Wenn wir nun im Anschluß an Bense (1975, S. 97 ff.) semiotische Umgebungen (vgl. auch Walther 1979, S. 129 ff.) auf der Basis der REZ definieren wollen, dann liegt es auf der Hand, zwischen relationaler Umgebung

einerseits und Einbettungs-Umgebung andererseits zu unterscheiden. Transformieren wir die kleine semiotische Matrix Benses in eine REZ-Matrix

$[1, 1] \quad [1, 2] \quad [1, 3]$

$[1_{-1}, 1] \quad [1_1, 2] \quad [1_{-1}, 3]$

$[1_{-2}, 1] \quad [1_2, 2] \quad [1_{-2}, 3]$,

dann haben wir also zwei teilweise überlappenden partielle Umgebungssysteme. Die relationalen Umgebungen rU(REZ):

$$\begin{array}{ccc} [1, \boxed{1}] & [1, \boxed{2}] & [1, \boxed{3}] \\ [1_{-1}, \boxed{1}] & [1_1, \boxed{2}] & [1_{-1}, \boxed{3}] \\ [1_{-2}, \boxed{1}] & [1_2, \boxed{2}] & [1_{-2}, \boxed{3}], \end{array}$$

Die Einbettungs-Umgebungen eU(REZ):

$$\begin{array}{ccc} [\boxed{1}, 1] & [\boxed{1}, 2] & [\boxed{1}, 3] \\ [\boxed{1_{-1}}, 1] & [\boxed{1_1}, 2] & [\boxed{1_{-1}}, 3] \\ [\boxed{1_{-2}}, 1] & [\boxed{1_2}, 2] & [\boxed{1_{-2}}, 3], \end{array}$$

Wie man sieht, ist rU(REZ) $\cap$ eU(REZ) = Ø, v.a. aber sind die eU sowohl nach n-aden als auch nach n-tomien getrennt, bilden also im Gegensatz zu den rU nicht einmal partiell zusammenhängende topologische Räume.

Von hier aus ergibt sich auch ein nicht-trivialer semiotischer Nachbarschafts-begriff. Setzen wir N für den Nachbarschaftsoperator, dann gilt offenbar, daß für jedes $x \in$ rU(REZ) auch immer ($y \in$ eU) $\subset$N(x) gilt, wobei diese Relation nie reflexiv sein kann, d.h. der Fall $x = y$ ist ausgeschlossen, oder informell ausgedrückt: Ein Element der relationalen Umgebung kann niemals gleichzeitig auch der Einbettungsumgebung angehören – und vice versa.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettung von Paaren dyadischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Prof. Dr. Alfred Toth

Ein 2-dimensionales semiotisches Maß

1. Wir gehen wiederum aus von den in Toth (2012a-c) eingeführten relationalen Einbettungszahlen. Gegeben sei eine beliebige Dichotomie

$D := [a, b]$

und eine Abbildung, welche das eine Glied von D auf das andere abbildet

$1 := a(b) = b \to a$

Diese Abbildung 1 werde nun in eine potentiell unendliche Hierarchie von Stufen eingebettet $[1_{n}]$ eingebettet, wobei für die Grundstufe gilt

$1 = [1_0] := 1_0$.

Eine relationale Einbettungszahl (REZ) ist somit ein Paar

$RE = <1, _{n}]>$.

Damit lassen sich die Partialrelationen der systemischen Repräsentationsklasse

$ZR_{sys} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$

wie folgt definieren

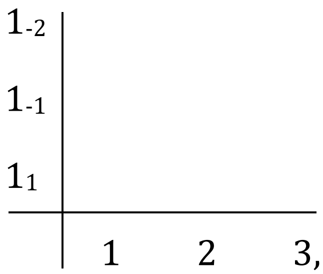
$\omega := 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$.

2. Die von Bense (1981, S. 85 ff.) im Zusammenhang mit der funktionalen Konzeption der Semiotik eingeführten Repräsentationswerte erhält man einfach dadurch, daß man die Quersummen der Haupt- und Stellenwerte jeder dyadischen Teilrelation einer triadischen Zeichenrelation bildet. Hier wird also vor allem davon abgesehen, ob eine semiotische Zahl einer Triade (allgemein: n-ade) oder eine Trichotomie (allgemein: n-tomie) angehört. Führen wir nun

eine (kardinale) Maßzahl für die REZ ein, dann muß die Tatsache berücksichtigt werden, daß eine REZ eine 2-dimensionale Zahl ist, denn sie läßt sich in einer Zahlenebene wie der folgenden darstellen



deren Abszisse die trichotomischen Relationalzahlen und deren Ordinate die triadischen Einbettungszahlen enthält. Nehmen wir als Beispiel das vollständige systemisch-semiotische Repräsentationssystem der 6. Zkl des Peirceschen Dualsystems

6. Zkl = (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow S_6 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2))\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) \rightarrow RE = [[1_{-2}, 1], [1_{-1}, 3], [1, 3]]$,

dann ist Rpw(3.1 2.3 1.3) = 13, aber für den absoluten Betrag der reationalen Einbettungszahlen (mit Relationalzahlen RZ und Einbettungszahlen EZ) gilt

|REZ| = (RE, EZ)

max(RZ) = 3 max(EZ) = 1_{-2}

min(RZ) = 1 min(EZ) = 1,

d.h. |REZ| ist durch das Quadrupel [max(RZ), min(RZ), max(EZ), min(EZ)] eindeutig bestimmt.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettung von Paaren dyadischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Umgebungen relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Systemische Zeichenoperationen und Zeichenstrukturen

1. Die Definition der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation von Peirce und Bense läßt, mindestens nach der sog. semiotischen „Basistheorie“ keine bedeutenden operativen und strukturellen Variationen zu: Es gibt, grob gesagt, eine Zeichenklasse der Form

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

und eine ihr duale Realitätsthematik der Form

$\times$Zkl = Rth = (c.1 b.2 a.3),

d.h. es sind z.B. die Konversionen

K(3.a 2.b 1.c) = (1.c 2.b 3.a)

K(c.1 b.2 a.3) = (a.3 b.2 c.1)

gar nicht definiert, obwohl erst alle 4 Strukturen zusammen den bereits in der Peirce-Bense-Semiotik angelegten Strukturreichtum ausmachen.

2. Bisher unbekannte operative und strukturelle Komplexität bieten dagegen die in Toth (2012a) eingeführten systemischen Repräsentationsklassen, v.a. wenn man die in Toth (2012b) eingeführten relationalen Einbettungszahlen zu ihrer Darstellung verwendet:

1. RS = $[[[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$

2. $\times_1$RS = $[[c, 1], [b, 1_{-1}], [a, 1_{-2}]]]$

3. $\times_2$RS = $[[c, 1], [b, {}_{-1}1], [a, {}_{-2}1]]]$ Dualisationen

4. K_1RS = $[[[c, 1_{-2}], [b, 1_{-1}], [a, 1]]$

5. K_2RS = $[[[c, {}_{-2}1], [b, {}_{-1}1], [a, 1]]$ Konversionen

Weiter ergibt sich die Möglichkeit, im Anschluß an Toth (2011), gerichtete REZ einzuführen. Damit erhält man

1. RS = $[[[1_{-2}, a^{\leftrightarrows}], [1_{-1}, b^{\leftrightarrows}], [1, c^{\leftrightarrows}]]$

$$\left.\begin{array}{l} 2.\ \times_1 RS = [[c^{\leftrightarrows}, 1], [b^{\leftrightarrows}, 1_{-1}], [a^{\leftrightarrows}, 1_{-2}]]] \\ 3.\ \times_2 RS = [[c^{\leftrightarrows}, 1], [b^{\leftrightarrows}, {}_{-1}1], [a^{\leftrightarrows}, {}_{-2}1]]] \end{array}\right\} \text{Dualisationen}$$

$$\left.\begin{array}{l} 4.\ K_1 RS = [[[c^{\leftrightarrows}, 1_{-2}], [b^{\leftrightarrows}, 1_{-1}], [a^{\leftrightarrows}, 1]] \\ 5.\ K_2 RS = [[[c^{\leftrightarrows}, {}_{-2}1], [b^{\leftrightarrows}, {}_{-1}1], [a^{\leftrightarrows}, 1]] \end{array}\right\} \text{Konversionen}$$

Hinzukommen natürlich noch die Permutationen der Partialrelationen, d.h. für die Kategorien zur Peirce-Bense-Semiotik $\underline{P}$ = {(M, O, I), (M, I, O), (O, M, I), (O, I, M), (I, O, M), (I, M, O)}; sie sind für die Semiotik natürlich alle nicht-isomorph zueinander und daher teilweise bereits in der Peirce-Bense-Semiotik definiert.

Literatur

Toth, Alfred, Gerichtete quadralektische Mengen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Ein systemtheoretisches Kenose-Semiose-Modell

1. Die Notwendigkeit der Einbeziehung der Kenose neben der Semiose im Zeichengenese-Prozeß wurde bereits von Kaehr und Mahler (1993, S. 31 ff.) aufgezeigt. Wie in Toth (2012a) gezeigt, kann man die in Toth (2012b) eingeführte systemtheoretische Zeichenrelation

$ZR_{sys} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$

mittels relationaler Einbettungszahlen wie folgt notieren

$ZR_{REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$.

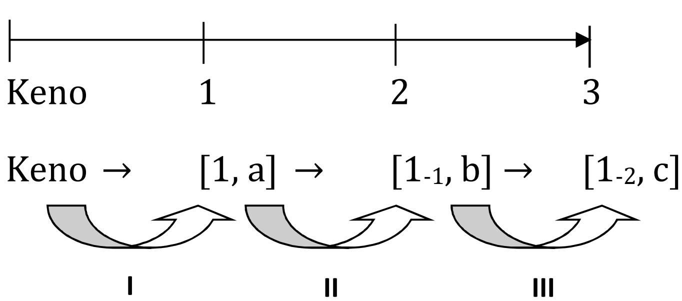
Sowohl in ZR_{sys} als auch in ZR_{REZ} befinden sich die Kontexturgrenzen zwischen den Glieder der Dichotomie [Außen, Innen] *innerhalb* der die ursprünglichen Kategorien ersetzenden Abbildungen, denn es gilt nach Toth (2012b)

$\omega = (A \rightarrow I)$

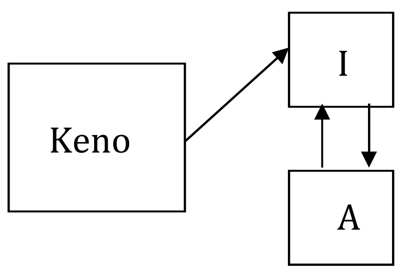
$[\omega, 1] = ((A \rightarrow I) \rightarrow A))$

$[[\omega, 1], 1] = (((A \rightarrow I) \rightarrow A)) \rightarrow I)$.

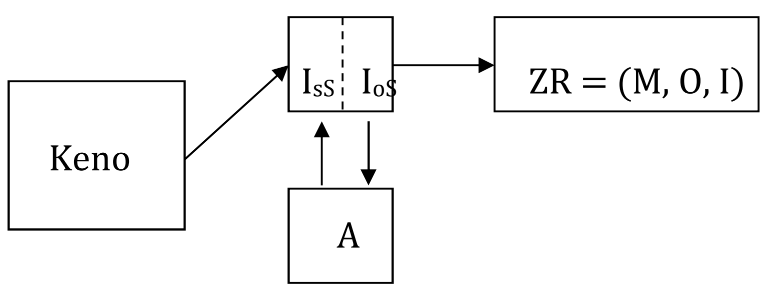
2. Daraus folgt aber, daß am Anfang dieses Prozesses nicht, wie in der Peirce-Bense-Semiotik (vgl. Bense 1967, S. 9), das Objekt, und an seinem Ende nicht das Zeichen steht, sondern vor der elementaren Abbildung $\omega = (A \rightarrow I)$ muß der Unter-Schied zwischen A und I bestehen, der erst ein System ermöglicht. Bedenkt man ferner, daß zwar die beiden Abbildungen ω und $[[\omega, 1], 1]$ als Codomänen I, die Abbildung $[\omega, 1]$ jedoch als Codomäne A hat, folgt, daß wir von einem Zeichengenese-Modell wie folgt ausgehen müssen



Der Transformationsprozeß I ist also die Etablierung des Unterschieds zwischen Außen und Innen, d.h. allgemein die Entstehung von Dichotomien und damit der Beginn der Gültigkeit der 2-wertigen Logik. Diese geht also auf jeden Fall der Semiotik vorauf. Die daran anschließenden fortlaufenden hierarchischen Einbettungen sind jedoch qualitativ heterogen, da, wie bereits erwähnt Einbettung II eine Objektsabbildung ist, wogegen die Abbildungen I und III Subjektabbildungen sind. Aus diesem Grunde kann also das Keno-Semiose-Modell nicht so, wie oben skizziert, linear sein, sondern es muß viel etwa wie das folgende Modell aussehen:



d.h. bei der Abbildung I von der Keno-Ebene auf die systemtheoretische Repräsentation potentiell zeichenhafter Relationen gibt es Subjektpriorität; die Objektabbildung ist also sekundär. Zu den Doppelpfeilen, welche die Abb. II und III des oberen Diagramms bezeichnen, sollte man sich ferner bewußt sein, daß sie bereits logisch-epistemisch differenziert sind, denn die Abb. II hat als Codomäne das objektive Subjekt, die Abb. III jedoch das subjektive Subjekt. Deshalb muß der oben nicht-unterteilte I-Bereich also logisch zweigeteilt sein, und wir bekommen nun folgendes Kenose-Semiose-Modell, in das wir gleiche die erweiterte Semiose einzeichnen



Dieses erweiterte Kenose-Semiose-Modell bringt v.a. zum Ausdruck, daß das Zeichen niemals direkt aus der Keno-Ebene generierbar ist und also erst des systemisches „Zwischenschrittes“ bedarf, da bekanntlich nicht alles Systemische eo ipso zeichenhaft ist. Das bedeutet aber, daß dieser „Zwischenschritt“ v.a. die Möglichkeit gibt, endlich die sog. Präsemiotik (vgl. Bense 1975, S. 65 f.; Bense 1981, S. 28 ff. [im Zus.hang m.d. der semiotischen Morphogenese]; Toth 2007a, b; 2008, S. 166 ff.) system-intern zu behandeln ohne artifizielle Konstrukte wie Zero-ness, ontologischen Raum, kategoriale Objekte u.ä. einführen zu müssen (vgl. auch Götz 1982, S. 4, 28). Die Objekte sind also genauso Konstrukte, nämlich Konsequenzen aus dem fundamentalen Akt der Subjekt-Objekt-Scheidung wie das Zeichen relativ zu seinem bezeichnenden Objekt, nur daß das Zeichen ein abgeleitetes Konstrukt ist, das ein primäres Konstrukt, d.h. sein bezeichnetes Objekt, referentiell substituiert, womit sich natürlich trotzdem Benses Bestimmung des Zeichens als eines „Metaobjektes“ (1967, S. 9) aufrecht erhalten läßt.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht. Diss. Stuttgart 1982

Mahler, Thomas/Kaehr, Rudolf, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Linearität und Diagonalität relationaler Einbettungszahlen

1. Gegeben sei wiederum (vgl. Toth 2012) eine beliebige Dichotomie

D := [a, b]

und eine Abbildung, welche das eine Glied von D auf das andere abbildet

$1 := a(b) = b \to a$

Diese Abbildung 1 werde nun in eine potentiell unendliche Hierarchie von Stufen eingebettet [1_n] eingebettet, wobei für die Grundstufe gilt

$1 = [1_0] := 1_0$.

Eine relationale Einbettungszahl (REZ) ist somit ein Paar

RE = <1, $_n$]>.

Damit lassen sich die Partialrelationen der systemischen Repräsentationsklasse

$ZR_{sys} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$

wie folgt definieren

$\omega := 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$.

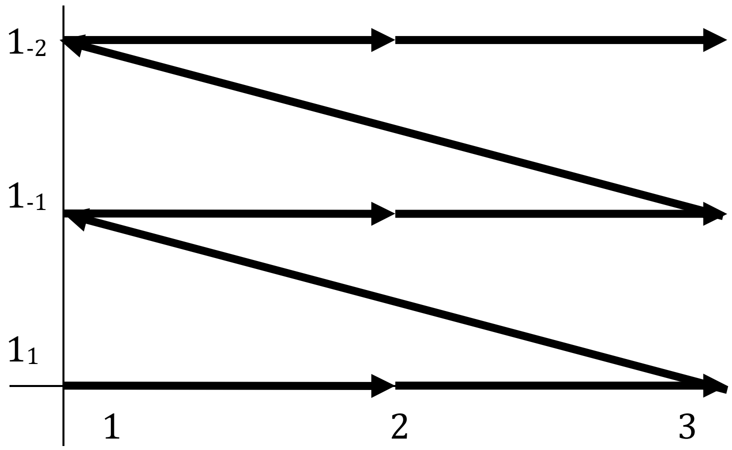
2. Über der REZ-Relation

$ZR_{REZ} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$

kann man nun die folgende (kleine) REZ-Matrix konstruieren

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
[1_{-1}, 1]	[1_1, 2]	[1_{-1}, 3]
[1_{-2}, 1]	[1_2, 2]	[1_{-2}, 3],

und die Zählweise der 9 RE-Zahlen wie folgt in einer Zahlenebene darstellen



Erweitert man die REZ z.B. durch Einbettung der bereits in Toth (2009) eingeführten semiotischen Dimensionszahlen, so daß man sog. Stiebing-Zahlen der Form $REZ_{dim} := (a.b.c)$ mit $a, c \in \{1, 2, 3\}$ und $b \in \{1_{-n}\}$ mit $n > 1$ erhält, erhält man statt der obigen planare Zeichenebene einen REZ-Stiebingraum.

Literatur

Toth, Alfred, Kategorial- und Dimensionszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Dreidimensionale relationale Einbettungszahlen

1. Zur Definition relationaler Einbettungszahlen (REZ, vgl. Toth 2012a) benötigt man eine beliebige Dichotomie

$D := [a, b]$

und eine Abbildung, welche das eine Glied von D auf das andere abbildet

$1 := a(b) = b \rightarrow a.$

Diese Abbildung 1 werde nun in eine potentiell unendliche Hierarchie von Stufen eingebettet $[1_{\ n}]$ eingebettet, wobei für die Grundstufe gilt

$1 = [1_0] := 1_0.$

Eine REZ ist somit ein Paar

$REZ = <1, _n]>,$

und eine triadische Relation über drei REZ ist also gegeben durch (vgl. Toth 2012b)

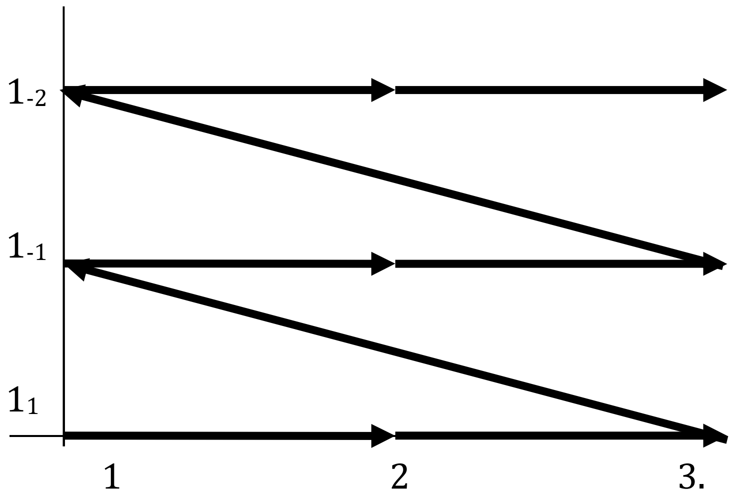
$^3R_{REZ} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$

mit $(\omega := 1)$, $([\omega, 1] = 1_{-1})$ und $([[\omega, 1], 1] = 1_{-2})$.

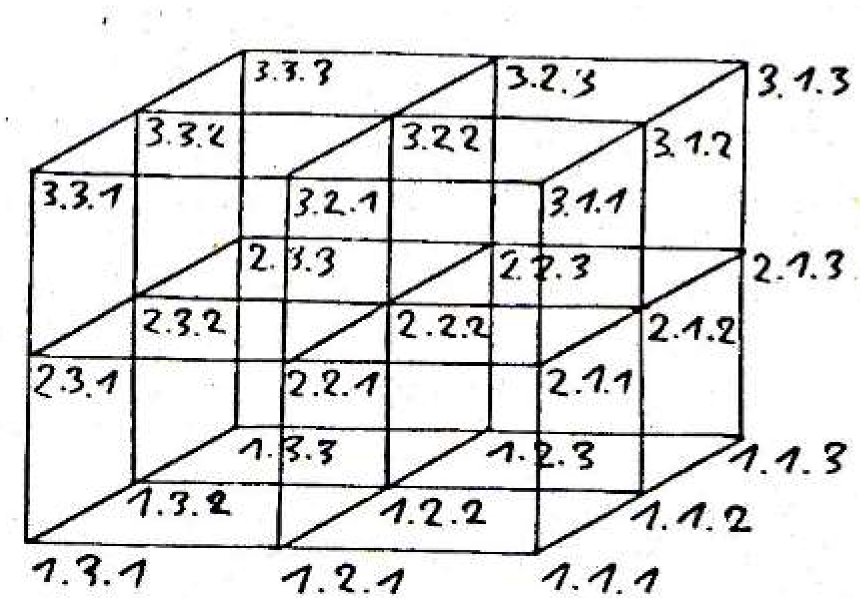
Damit erhält man zuerst das folgende System triadisch-trichotomischer Relationen

$[1, 1]$	$[1, 2]$	$[1, 3]$
$[1_{-1}, 1]$	$[1_1, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_2, 2]$	$[1_{-2}, 3]$,

im Sinne flächiger (2-dimensionaler) REZ, die in Toth (2012c) wie folgt darge-stellt worden waren



3. Will man die flächigen REZ zu räumlichen, d.h. 3-dimensionalen REZ erweitern, so kann man nach dem sog. Stiebingschen Zeichenkubus (Stiebing 1978, S. 77) vorgehen und also das folgende Zeichenzahlen-Modell zugrunde legen



Jede Stiebing-Zahl ist also definiert durch die allgemeine Form

SZ = (a.b.c),

wobei a die sog. Dimensionszahl dZ ist (vgl. Toth 2009). Für die rein numerischen Repertoires gilt natürlich a, b, c ∈ {1, 2, 3}. Damit kann eine 3-dimensionale REZ wie folgt definiert werden

$REZ^2 = <dZ, 1, {}_{n}]> = <\{1, 2, 3\}, 1, {}_{n}]>$.

Literatur

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Kategorial- und Dimensionszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Linearität und Diagonalität relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Nicht-äquilibrierte Relationen über relationalen Einbettungszahlen

1. Nach Toth (2012b) ist eine triadische Relation über den in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen (REZ) gegeben durch

$^3R_{REZ} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]] = [1, [[1_{-1}], [1_{-2}]]]$.

Die trichotomische Untergliederung kann aus der REZ-Matrix

$[1, 1]$	$[1, 2]$	$[1, 3]$
$[1_{-1}, 1]$	$[1_1, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_2, 2]$	$[1_{-2}, 3]$

abgelesen werden. Die allgemeine triadisch-trichotomische Form von $^3R_{REZ}$ ist somit

$^3{}_3R_{REZ} = = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$

mit a, b, c $\in$ {1, 2, 3} und $a \leq b \leq c$.

2. Wie man bereits an der Definition der REZ (Toth 2012a)

$REZ = <1, {}_n]>$

gesehen hat, ist eine dreifache Einbettung, wie sie in triadisch-trichotomischen Relationen auftritt, lediglich ein Sonderfall für eine theoretisch durch nichts gehinderte und beliebig tiefe Einbettung.

Damit kommen wir zum 1. Fall nicht-äquilibrierter REZ-Relationen. Die Relation

$^3{}_3R_{REZ} = = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [{}_n\, 1_{-(n-1)}, m]$

mit a, b, c $\in$ {1, 2, 3} sowie $n, m \rightarrow \infty$, für die somit $\max\{1, 2, 3\} = 3 < (n-1)$ gilt, heiße eine einbettungs-disäquilibrierte REZ-Relation.

Der 2. Fall disäquilibrierter REZ-Relationen liegt vor, wenn

$^3{}_3R_{REZ} = = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$

mit a, b, c $\in \{1, 2, 3, ..., n\}$ für $n \to \infty$ gilt. Dieser Fall heiße eine relations-disäquilibrierte REZ-Relation.

Literatur

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Linearität und Diagonalität relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Spiegelungen und Magritte-Spiegelungen

1. Während eine Peirce-Bensesche triadische Zeichenklasse der Form

ZR = (3.a 2.b 1.c)

über genau eine duale

×(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3)

und über genau eine invertierte

×(3.a 2.b 1.c) = (1.c 2.b 3.a)

Form verfügt, weisen triadische Relationen über relationalen Einbettungszahlen gemäß Toth (2012) je zwei Formen von Spiegelungen der Normalform der Ausgangsrelation auf:

1. $RS = [[[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$ Normalform (Ausgangsrelation)

2. $\times_1 RS = [[c, 1], [b, 1_{-1}], [a, 1_{-2}]]]$

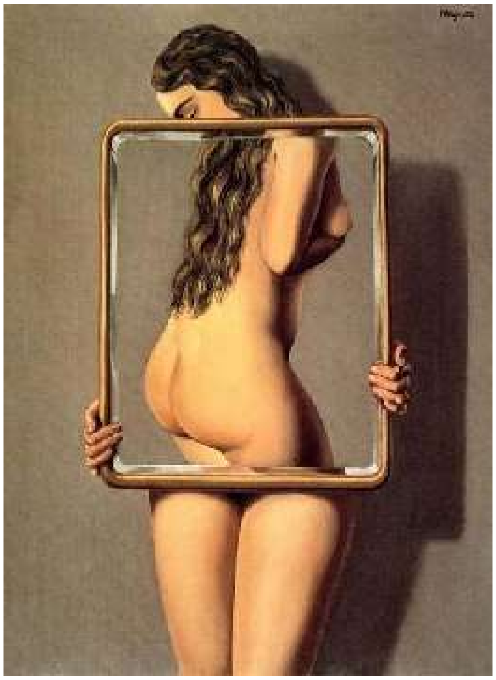
3. $\times_2 RS = [[c, 1], [b, {}_{-1}1], [a, {}_{-2}1]]]$ Dualisationen

4. $K_1 RS = [[[c, 1_{-2}], [b, 1_{-1}], [a, 1]]$

5. $K_2 RS = [[[c, {}_{-2}1], [b, {}_{-1}1], [a, 1]]$ Inversionen

Wir unterscheiden somit bei der Dualisation sowie bei der Inversion zusätzlich zwischen [vorn] und [hinten]. Um zu illustrieren, was hiermit gemeint ist, findet man wohl nirgendwo bessere Beispiele als im Werk René Magrittes. Ich schlage deshalb vor, daß wir die durch die REZ ans Tageslicht gebrachten systemisch-semiotischen Relationen als Magritte-Dualisation und Magritte-Inversion, zusammengefaßt als „Magritte-Spiegelungen" bezeichnen, während die gewöhnliche Dualisation und Inversion demzufolge einfach „Spiegelungen" heißen sollen.

2.1. Magritte-Dualisation ($\times_2$RS = [[c, 1], [b, $_{-1}$1], [a, $_{-2}$1]]])



René Magritte, Liaisons dangereuses (1936)

2.2. Magritte-Inversion (K_2RS = [[[c, $_{-2}$1], [b, $_{-1}$1], [a, 1]])

René Magritte, La reproduction interdite (1937)

Literatur

Toth, Alfred, Systemische Zeichenoperationen und Zeichenstrukturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Die „Aufbrechung“ von Eigen- und Kategorienrealität

1. In der Peirce-Bense-Semiotik (vgl. z.B. Bense 1992) stellen Eigen- und Kategorienrealität duale semiotische Systeme dar, wobei für ER Dualidentität zwischen der Zeichen- und der Realitätsthematik gilt

ER = (3.1 2.2 1.3)

$\times$(3.1 2.2 1.3) $\equiv$ (3.1 2.2 1.3),

wogegen bei der KR zwar die Dyaden, nicht aber deren monadische Partialrelationen invertiert werden

KR = (3.3 2.2 1.1)

$\times$(3.3 2.2 1.1) = (1.1 2.2 3.3).

Nun hatte aber bereits Kaehr (2008) nachgewiesen, daß selbst der identische Fall der ER nur im Falle von Monokontexturalität gilt, denn bereits bei zwei Kontexturen α, β gilt

$\times(3.1\ 2.2_{\alpha,\beta}\ 1.3) \neq (3.1\ 2.2_{\beta,\alpha}\ 1.3)$.

2. Geht man nun statt von der Peirce-Benseschen Zeichenrelation von der durch relationale Einbettungszahlen definierten systemischen Relation (vgl. zuletzt Toth 2012a)

$^3R_{REZ} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]] = [1, [[1_{-1}], [1_{-2}]]]$.

aus, so sieht man, daß wegen (2) = $[1_{-1}]$ und (3) = $[1_{-2}]$

für die ER

$\times[[1_{-2}, 1], [1_1, 2], [1, 3]] \neq [[3, 1], [2, 1_1], [1, 1_{-2}]]$

und für die KR

$\times[[1, 1], [1_1, 2], [1_{-2}, 3]] \neq [[3, 1_{-2}], [2, 1_1], [1, 1]]$

gilt. D.h., es liegt hier ein ganz anderer Fall der Nicht-Identität zwischen Zeichen- und Realitätsthematisation vor als bei Polykontexturalität, denn die

Korrespondenz der konversen Relationen ist aufgehoben, d.h. es gilt $(a.b)^0 \neq (b.a)$! Informell gesprochen: Die Relations- und die Einbettungskomponente einer REZ stehen nicht in einer quantitativen Austauschrelation – da sie nämlich qualitativ verschieden sind, denn bereits in Toth (2012b) war ja gezeigt worden, daß die Einbettungen im Grunde Kontexturen entsprechen und in Toth (2012c) war die „sympathetische Nähe" zwischen REZ und Protozahlen aufgezeigt worden. Wir sprechen also, bezogen auf ER und KR, in den obigen Fällen (mangels einer besseren Bezeichnung) von „Aufbrechung"-Phänomenen.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: ThinkArtLab, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Kontexturgrenzen in intrinsischen semiotischen Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Selbstähnliche Teilrelationen intrinsischer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Kategoriale Transgressionen im Semiose-Kenose-Modell

1. Bekanntlich ist die zuletzt in Toth (2012a) behandelte Relation über relationalen Einbettungszahlen (REZ)

$ZR_{REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$

eine systemische semiotische Relation, d.h. sie korrespondiert der in Toth (2012b) eingeführten semiotischen Zeichenrelation

$ZR_{sys} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]].$

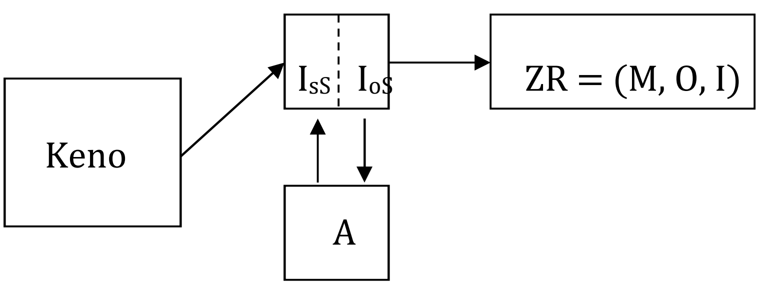
Für die einzelnen Funktionen gelten die „intrinsischen“ semiotischen Relationen

$\omega = (A \rightarrow I)$

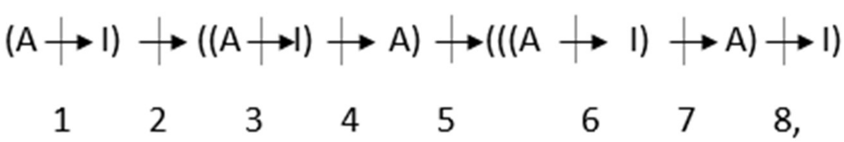
$[\omega, 1] = ((A \rightarrow I) \rightarrow A))$

$[[\omega, 1], 1] = (((A \rightarrow I) \rightarrow A)) \rightarrow I),$

die in Toth (2012c) in dem folgenden Kenose-Semiose-Modell dargestellt worden waren



2. Betrachtet man das obige Modell jedoch en détail, dann haben wir folgende vollständige Prozeßstruktur vor uns



d.h. anstatt wie beim Peirce-Benseschen Zeichenmodell mit der einfachen dichotomischen Grenze (Zeichen | Objekt) bzw. dem elementaren systemischen Modell mit der ebenfalls einfachen Grenze (Außen | Innen), haben wir im obigen vollständigen Kenose-Semiose-Modell nicht weniger als 8 Kontexturgrenzen – und kontexturelle Transgressionen vor uns, die, das sei betont, allesamt qualitativ verschieden sind, da die einfache Mittelabbildung (A → I), wenn sie in der Objektabbildung ((A → I) → A) sowie in der Interpretantenabbildung (((A → I) → A) → I) aufscheint, jedesmal natürlich kontexturell wiederum eingebettet und daher auch qualitativ verschieden ist. Wir haben also an Kontexturübergängen

1 Etablierung des kontexturellen Unterschieds zwischen Objekt und Mittel

2 Abbildung der M- auf die O-Relation

3 Objektskontexturierte (M → O)-Abbildung

4 Abbildung des internen auf das externe semiotische Objekt

5 Abbildung der (M → O)-Relation auf die (O → I)-Relation

6 Interpretantenkontexturierte (M → O)-Abbildung

7 Interpretantenkontexturierte (O → I)-Abbildung

8 Abbildung der Bedeutung auf einen Sinnzusammenhang

Es wird zu den zukünftigen Aufgaben gehören, diese 8 kontexturellen Transgressionen genauer zu untersuchen.

Literatur

Toth, Alfred, Die „Aufbrechung“ von Eigen- und Kategorienrealität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Ein systemtheoretisches Semiose-Kenose-Modell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Relationale Einbettungszahlen und Ordnungsrelationen

1. Die Ordnungsrelationen der Peirce-Bense-Semiotik sind von mir schon in Toth (1996) behandelt worden, vgl. auch Toth (2006/08, S. 64 ff.). Nach Toth (2012a) sind relationale Einbettungszahlen (REZ) definiert durch ein Paar

$RE = <m, _n]>$,

aus $m \in$ Peanozahlen und einem n-stufigen Einbettungsoperator, und eine ihrer auffälligsten Eigenschaften, wie bereits in Toth (2012b) bemerkt, besteht darin, daß bei ihnen im Gegensatz zu den Benseschen Relationszahlen (Bense 1981, S. 26 ff.) Dualia und Konversionen nicht zusammenfallen, vgl.

$\times(1.3) = (1.3)^0 = (3.1)$,

hingegen

$\times[1, 2] \neq [1_{-1}, 1]$

$\times[1, 3] \neq [1_{-2}, 1]$

$\times[2, 3] \neq [1_{-2}, 2]$.

Allgemein gilt also

$[1_{-a}, b] = [a(+1), b]$

und daher

$\times[1_{-a}, b] = [b, a(+1)]$,

d.h. jede REZ ist eine Menge von zwei REZ

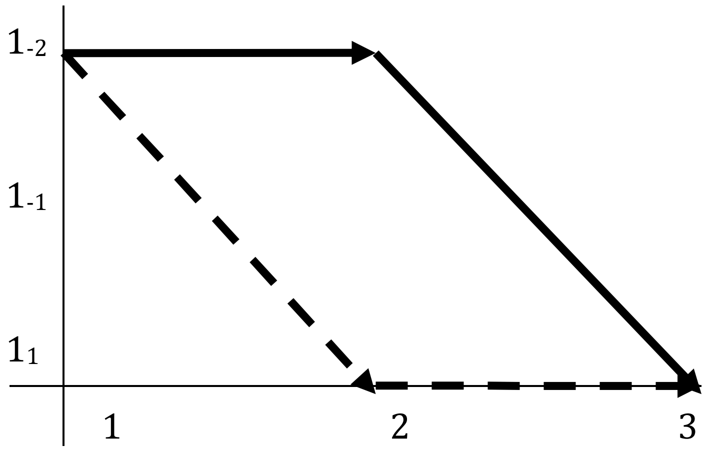
$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$.

2. Nehmen wir als erstes Beispiel die Peirce-Bensesche Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) und deren duale Realitätsthematik (3.1 1.2 1.3). In der entsprechenden REZ-Relation ausgedrückt:

$R_{REZ} = [[[1_{-2}, 1], [1_{-1}, 2]], [1, 3]]$

$R_{REZ}{}^{\circ} = [[1_{-2}, 1], [[1_1, 2], [1_1, 3]]]$

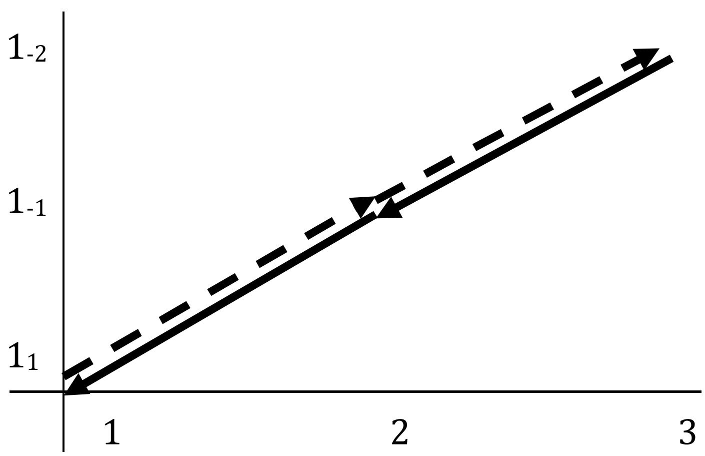
Ihr graphische Darstellung sieht also wie folgt aus (R_{REZ} ausgezogen):



Als zweites Beispiel stellen wir die Peircesche Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) und deren duale Kategorienthematik (1.1 2.2 3.3) dar. Als REZ-Relationen:

$R_{REZ} = [[[1_{-2}, 3], [1_{-1}, 2]], [1, 1]]$

$R_{REZ} \circ = [[1, 1], [[1_{-1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$



Wie man bereits anhand dieser beiden Beispiele sieht, gibt es also in REZ-Ordnungsrelationen weder reflexive, noch symmetrische noch transitive Relationen, was das Verhältnis der beiden zueinander dualen Strukturen jeder REZ-Repräsentationsrelation anbelangt. Dieses Ergebnis mag auf den ersten Blick sehr überraschen, da REZ ja, ebenso wie Benses Relationszahlen, Relationen über Peanozahlen sind. Im Gegensatz zu den Relationszahlen sind jedoch die relationalen Einbettungszahlen, was ihre Peanozahl-Basis betrifft, hierarchisch gestuft, so daß z.B. keine Loops in den Graphen von Ordnungsrelationen auftreten können.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundriß einer ordnungstheoretischen Semiotik. : European Journal for Semiotic Studies 8, 1996, S. 503-526

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Konnexionen von Relationen aus relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Disäquilibrale Aufbrechung systemischer Relationen

1. Wie in Toth (2012a) gezeigt, bedeutet ein Zeichen aus systemischer Sicht, daß Außen auf Innen abgebildet wird

$Z := (A \to I)$.

Geht man also davon aus, daß Innen ins Außen penetriert, dann haben wir die zu Z konverse Relation

$Z^0 = (I \to A)$

Sei nun eine systemische Zeichenrelation (Toth 2012b) definiert als

$ZR_{sys} = ((A \to I) \to (((A \to I) \to A) \to (((A \to I) \to A) \to I))),$

dann gibt es wegen der abstrakten Struktur von ZR_{sys} genau 4 Möglichkeiten, wo auf systemisch-repräsentationeller Ebene Innen ins Außen dringen kann

$ZR_{sys} = (\quad —, \quad (\quad —, (—) \quad)$

$\Uparrow \qquad \Uparrow \quad \Uparrow \qquad\qquad \Uparrow$

1. $ZR_{pen1} = (\mathbf{(I \to A)} \to (A \to I), (((A \to I) \to A) \to (((A \to I) \to A) \to I)))$

2. $ZR_{pen2} = ((A \to I) \to \mathbf{(I \to A)} \to (((A \to I) \to A) \to (((A \to I) \to A) \to I)))$

3. $ZR_{pen3} = ((A \to I) \to (((A \to I) \to A) \to \mathbf{(I \to A)} \to (((A \to I) \to A) \to I)))$

4. $ZR_{pen4} = ((A \to I) \to (((A \to I) \to A) \to (((A \to I) \to A) \to I)) \to \mathbf{(I \to A)})$

2. In dem bisher entwickelten Penetrationssystem wird allerdings vorausgesetzt, daß das ins Außen eindringende Innen – oder auch konvers: das ins Innen eindringende Außen in Bezug auf die zwei Dimensionen der den systemischen Repräsentationssystemen unterliegenden relationalen Einbettungszahlen (REZ, vgl. Toth 2012c) homogen ist. Eine REZ-Relation wurde dabei definiert als

${}^{3}{}_{3}R_{REZ} = = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]],$

und eine REZ ist eine zweidimensionale Zahl der Form

$REZ = <1, {}_n]>$,

d.h. wir müssen unterscheiden zwischen Einbettungs- und Relations-Disäquilibria. Das Einbettungs-Disäquilibrium[1] ist definiert als

$^3{}_3R_{REZ} := [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [_n 1_{-(n-1)}, m]$

mit a, b, c $\in$ {1, 2, 3} sowie n, m $\to \infty$, für die somit max{1, 2, 3} = 3 < (n-1).

Das Relations-Disäquilibrium ist definiert als

$^3{}_3R_{REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$

mit a, b, c $\in$ {1, 2, 3, ..., n} für n $\to \infty$ gilt.

Nun ist von den oben gezeigten Penetrationen die Abbildung (I $\to$ A) betroffen, d.h. die Umkehrung der systemischen Zeichenintroduktion. Wegen der Nichtkonversivität der REZ (vgl. Toth 2012d) haben wir daher für die einzelnen Partialrelationen von $^3{}_3R_{REZ}$:

$[1, a]^0 = [1_{-a}, 1]$

$[1_{-1}, b]^0 = [1_{-b}, 2]$

$[1_{-2}, c]^0 = [1_{-c}, 3]$

...

$[1_{-(n-1)}, m] = [1_{-m}, n]$,

d.h. die rechts von den Gleichheitszeichen stehenden Partialrelationen sind genau die „atomaren“ möglichen Eindringlinge (Einzelkämpfer) nach $^3{}_3R_{REZ}$, wobei es natürlich auch eine sehr große Anzahl von „molekularen“ Penetrationsrelationen gibt (Guerilla), d.h. Abbildungen der REZ-Abbildungen auf REZ-Abbildungen ... .

[1] Der Name wurde bewußt (etymologisch falsch) gewählt, daß durch dis-äqui- das Resultat des Zeichenprozesses als einer Penetration, d.h. Störung deutlich wird.

Literatur

Toth, Alfred, Penetration des Innen ins Außen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Nicht-äquilibrierte Relationen über relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Konnexionen von Relationen aus relationalen Einbettungszahlen

1. Die in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen stellen in gewisser Weise 2-dimensionale Relativierungen der bereits von Bense (1981, S. 26 ff.) eingeführten „Relationszahlen“ dar, indem sie in ihrer Paarstruktur

$RE = <1, {}_n]>$,

die relationalen Konnexzahlen im Sinne von n-dimensionalen Einbettungen verallgemeinern. Dabei besteht eine ihrer auffälligsten Eigenschaften, wie bereits in Toth (2012b) bemerkt, darin, daß bei ihnen im Gegensatz zu den Benseschen Relationszahlen Dualia und Konversionen nicht zusammenfallen, vgl.

$\times(1.3) = (1.3)^0 = (3.1)$,

hingegen

$\times[1, 2] \neq [1_{-1}, 1]$

$\times[1, 3] \neq [1_{-2}, 1]$

$\times[2, 3] \neq [1_{-2}, 2]$

2. Wir wollen uns in dieser ersten Untersuchung von Konnexionen zwischen relationalen Einbettungsrelationen, was die Partialrelationen betrifft, auf statische und dynamische Chreoden sowie, was die Repräsentationssysteme betrifft, auf zueinander duale Strukturen beschränken, also z.B. Transpositionen sowie alle möglichen Kombinationen zwischen ihnen und Dualia ausschließen (vgl. Toth 2008). [Die Kategorienklasse wird mit *, die Eigenrealitätsklasse mit ** markiert.]

2.1. Chreodische Konnexionen zwischen Zeichenthematiken und ihren Dualia

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow [1, 1]] \quad \times \quad [[1, 1] \rightarrow [[1, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow [1, 2]] \quad \times \quad [[1_{-1}, 1] \rightarrow [[1, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 2]] \quad \times \quad [[1_{-1}, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1, 3]]]^{**}$

$[[[1_{-2}, 3] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 1]] \quad \times \quad [[1, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1_{-2}, 3]]]^{*}$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 2]] \quad \times \quad [[1_{-1}, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 3] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-2}, 3]]]$

Wie man also sogleich erkennt, werden zwar nicht die Partialrelationen, jedoch die Chreoden durch die Dualisation gespiegelt, wobei sich allerdings die relationalen Einbettungsverhältnisse ändern, da diese ebenfalls gespiegelt werden. REZ zeichnen sich damit durch völlige Strukturkonstanz bei gleichzeitigem Element-Wechsel aus, z.B.

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{1}, 3]] \rightarrow [1_{-1}, 3]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow [1, 3]] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 2] \rightarrow [[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1, 3] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1_{-2}, 2]] \quad \times \quad [[1_{-1}, 3] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-2}, 1]]]$,

Dies führt in Sonderheit dazu, daß sich ER und KR nunmehr chiastisch zueinanderverhalten, da in der Darstellung der Repräsentationssysteme durch Peanozahlen bei KR nur die Dyaden, nicht aber die Monaden, dagegen bei ER sowohl die Dyaden als auch die Monaden bei der Dualisation konvertiert werden. Vor dem Hintergrund der REZ wird damit Benses Auffassung bestätigt, wonach die KR eine ER „schwächerer Repräsentation“ sei (1992, S. 27 ff.).

2.2. Chreodische Konnexionen zwischen Realitätsthematiken und ihren Dualia

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow [1, 1]] \times [[1, 1] \rightarrow [[1, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow [1, 2]] \times [[1_{-1}, 1] \rightarrow [[1, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow [1, 3]] \times [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 2]] \times [[1_{-1}, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 3]] \times [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1, 3]]]$**

$[[[1_{-2}, 3] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 1]] \times [[1, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1_{-2}, 3]]]$*

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \times [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 2]] \times [[1_{-1}, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 3]] \times [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \times [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 3] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \times [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-2}, 3]]]$

Die gegenseitige Vertauschung der Dyaden- und Monaden-Konversion bei KR und ER läßt sich also nach der Betrachtung auch der realitätsthematischen Dualia dahingehend verallgemeinern, *daß sich Peanozahlen und relationale Einbettungszahlen in Bezug auf Konversion und Dualisation chiastisch zueinander verhalten.* Wegen $[1_{-a}, b] = [a(+1), b]$ gilt also: $\times[1_{-a}, b] = [b, a(+1)]$.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trains. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Linearität und Diagonalität relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I

1. Bekanntlich (vgl. zuletzt Toth 2012a) ist eine relationale Einbettungszahl, kurz: REZ eine 2-dimensionale, d.h. flächige Zahl, bestehend aus den Peanozahlen 1, ... m sowie den relationalen Einbettungen 0, ..., n:

$RE = <1_{m,\, n}]>$

Für den Fall, daß m, n = 3 sein sollen, kann man mit Hilfe der REZ eine der Benseschgen kleinen semiotischen Matrix entsprechende REZ-Matrix konstruieren:

$[1, 1]$	$[1, 2]$	$[1, 3]$
$[1_{-1}, 1]$	$[1_{1}, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_{2}, 2]$	$[1_{-2}, 3]$

Das vollständige Dualsystem der den Peirceschen Zeichen- und Realitätsthematiken entsprechenden REZ-Systeme sieht dann wie folgt aus:

$[[[1_{-2}, 1] \to [1_{-1}, 1]] \to [1, 1]] \quad \times \quad [[1, 1] \to [[1, 2] \to [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \to [1_{-1}, 1]] \to [1, 2]] \quad \times \quad [[1_{-1}, 1] \to [[1, 2] \to [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \to [1_{-1}, 1]] \to [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \to [[1, 2] \to [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \to [1_{-1}, 2]] \to [1, 2]] \quad \times \quad [[1_{-1}, 1] \to [[1_{-1}, 2] \to [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \to [1_{-1}, 2]] \to [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \to [[1_{-1}, 2] \to [1, 3]]]^{**}$

$[[[1_{-2}, 3] \to [1_{-1}, 2]] \to [1, 1]] \quad \times \quad [[1, 1] \to [[1_{-1}, 2] \to [1_{-2}, 3]]]^{*}$

$[[[1_{-2}, 1] \to [1_{-1}, 3]] \to [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \to [[1_{-2}, 2] \to [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \to [1_{-1}, 2]] \to [1, 2]] \quad \times \quad [[1_{-1}, 1] \to [[1_{-1}, 2] \to [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \to [1_{-1}, 2]] \to [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \to [[1_{-1}, 2] \to [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \to [1_{-1}, 3]] \to [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \to [[1_{-2}, 2] \to [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 3] \to [1_{-1}, 3]] \to [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \to [[1_{-2}, 2] \to [1_{-2}, 3]]].$

2. Während bei den aus Paaren von Peanozahlen bestehenden Benseschen Zeichenklassen mit der allgemeinen Form der Dyaden (a.b) mit a, b $\in$ {1, 2, 3} einfach in zwei Dimension von 1 bis 3 gezählt wird, wobei allenfalls zwischen triadischer oder hauptwertiger sowie trichotomischer oder stellenwertiger Zählweise unterschieden werden kann, ergeben sich nun bei den REZ drei Ttypen von Zählweisen.

2.1. Rein relationale Zählweise

z.B. $[[1, 1] \rightarrow [[1, 2] \rightarrow [1, 3]]]$, d.h. $[1, -] = \text{const.}$

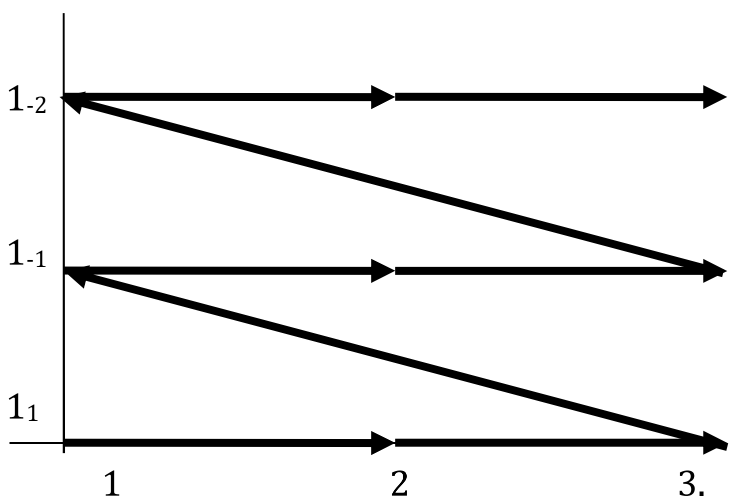
2.2. Reine Einbettungszählweise

z.B. $[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow [1, 1]]$, d.h. $[-, 1] = \text{const.}$

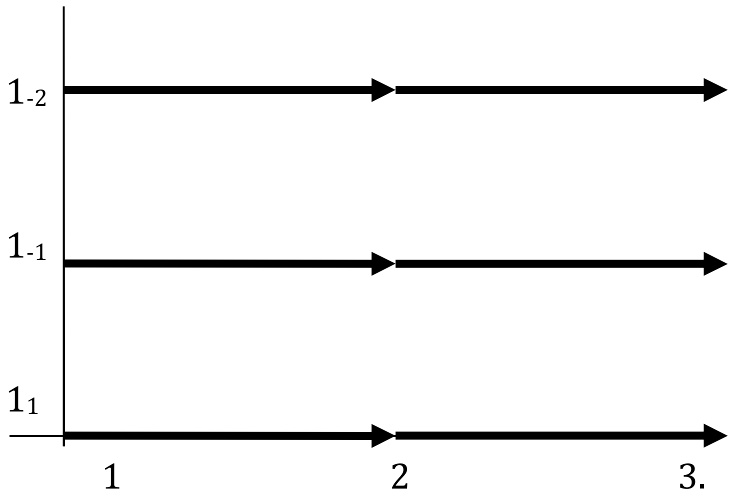
2.3. Gemischte REZ-Zählweise

z.B. $[[[1_{-2}, 1] \quad \rightarrow \; [1_{-1}, 2]] \; \rightarrow \; [1, 3]]$

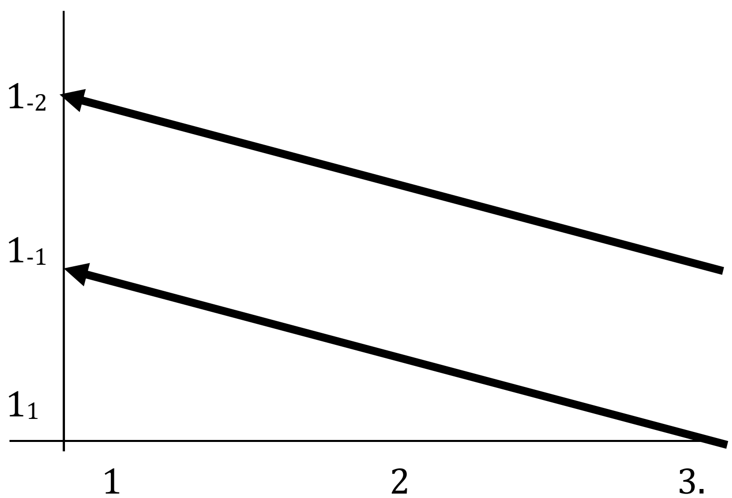
Es entspricht also das folgende Diagramm (Toth 2012b) nur der 3. Zählweise



Wir geben hier noch die entsprechenden Diagramme für die 1. Zählweise (wobei je nach Art der Konstanz die entsprechenden Abbildungen einzuzeichnen sind)



und die 2. Zählweise



Literatur

Toth, Alfred, Konnexionen von Relationen aus relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Linearität und Diagonalität relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen II

Es soll hier nochmals (vgl. Toth 2012a) darauf hingewiesen werden, daß die relationale Einbettungszahl (REZ), wie sie in Toth (2012b) eingeführt worden war, eine 2-dimensionale, flächige Zahl ist, die aus den Peanozahlen 1, ... m sowie den relationalen Einbettungen 0, ..., n-1

$RE = \langle 1_{m,\, n}] \rangle$

zusammengesetzt ist und daß die aus RE konstruierbaren dyadischen REZ-Abbildungen in der folgenden Matrix angeordnet werden können

$[1, 1]$ $[1, 2]$ $[1, 3]$

$[1_{-1}, 1]$ $[1_{1}, 2]$ $[1_{-1}, 3]$

$[1_{-2}, 1]$ $[1_{2}, 2]$ $[1_{-2}, 3]$,

aus der sich dann für den Spezialfall m = n = 3 das dem Benseschen System entsprechende folgende Dualsystem aus zweimal zehn Thematisationsklassen erstellen läßt:

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow [1, 1]] \times [[1, 1] \rightarrow [[1, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow [1, 2]] \times [[1_{-1}, 1] \rightarrow [[1, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow [1, 3]] \times [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 2]] \times [[1_{-1}, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 3]] \times [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1, 3]]]^{**}$

$[[[1_{-2}, 3] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 1]] \times [[1, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1_{-2}, 3]]]^{*}$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \times [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 2]] \times [[1_{-1}, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 3]] \times [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \times [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 3] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-2}, 3]]]$.

Wie man sogleich sieht, folgt aus der Definition RE unmittelbar, daß für die relationalen Einbettungen $1_{-2} + 1_{-1} + 1 = 0$ gilt. Die Einbettungen lassen sich sehr einfach mit Peanozahlen kombinieren: $K(1_{-2}) = K(1_{-1}) = K(1_{-1}) = \{1, 2, 3\}$, d.h. im Falle, daß n = m = 3 gilt, können alle 3 Werte mit den Einbettungen kombiniert werden. Es ist also so, daß bei der Ersetzung der Benseschen Relationszahlen (Bense 1981, S. 26 ff.) durch die REZ kein Grund mehr dafür besteht, eine ad hoc-Beschränkung für die Kombination von Trichotomien und Triaden einzuführen. Die wichtigste Folge davon ist natürlich, daß die obigen 10 Thematisationssysteme nur ein Fragment des vollständigen Systems von $3^3 = 27$ Thematisationsklassen darstellen.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen III

Relationale Einbettungszahlen (REZ), wie sie zuletzt in Toth (2012a) behandelt worden waren, sind 2-dimensionale, flächige Zahlen, die aus den Peanozahlen 1, ... m sowie den relationalen Einbettungen 0, ..., n-1

$RE = <1_{m,\ n}]>$

zusammengesetzt. Schaut man sich die durch Einsetzen von Peano-Zahlen für m und n konstruierbare Matrix an

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
$[1_{-1}, 1]$	$[1_{1}, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_{2}, 2]$	$[1_{-2}, 3]$,

so stellt man, worauf bereits in Toth (2012b) hingewiesen worden war, fest, daß sich Peanozahlen und relationale Einbettungszahlen in Bezug auf Konversion und Dualisation chiastisch zueinander verhalten. Es gilt also

$[1_{-a}, b] = [a(+1), b]$

und daher

$\times[1_{-a}, b] = [b, a(+1)]$.

Z.B. ist also die zur REZ-Relation [1, 3] konverse Relation nicht etwa *[3, 1] (die ja im System der RE gar nicht definiert ist), sondern $[1_2, 1]$, das kann man natürlich an den Teildiagonalen der obigen Matrix direkt herauslesen.

2. Aus der letzteren Feststellung folgt nun aber ebenso direkt, daß im REZ-System jede dyadische Partialrelation nicht nur eine, sondern zwei Formen hat, allgemein

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$,

allerdings nur, falls $a < 2$ ist, d.h. nur für die REZ-Äquivalenz des Peirce-Benseschen Mittelbezugs:

[1, 1] = [1, 1]

$[1, 2] = [1, 1_{-1}]$

$[1, 3] = [1, 1_{-2}]$

...

$[m, n] = [m, 1_{-[n-1)}]$.

Daraus folgt nun natürlich eine Redefinition der kategorietheoretischen Abbildungen für das REZ-System gegenüber demjenigen, das für die Peirce-Bense-Semiotik in Toth (1997, S. 21 ff.) gegeben worden war:

$[1, 1] := id_1$	$[1, 2] := \alpha$	$[1_{-1}, 3] := \beta$	$[1, 3] := \beta\alpha$
$[1_{-1}, 2] := id_2$	$[1_{-1}, 1] := \alpha^0$	$[3, 1_{-1}] := \beta^0$	$[1_{-2}, 1] := \alpha^0\beta^0$
$[1_{-2}, 3] := id_3$			

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Absorptiver und dissolventer Droste-Effekt

1. Zum Droste-Effekt innerhalb der Peirce-Bense-Semiotik hatte ich bereits in Toth (2009) gehandelt. Bei diesem handelt es sich im Sinne unserer Terminologie um einen „dissolventen“ Droste-Effekt, da bei der Auflösung der Partialrelationen in Benses Zeichendefinition (Bense 1979, S. 53)

$$ZR := (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))$$

eine stets „längere“ Hierarchie von ersetzenden Partialrelationen

$$ZR' = ZR = (M \rightarrow ((M \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O) \rightarrow I))$$

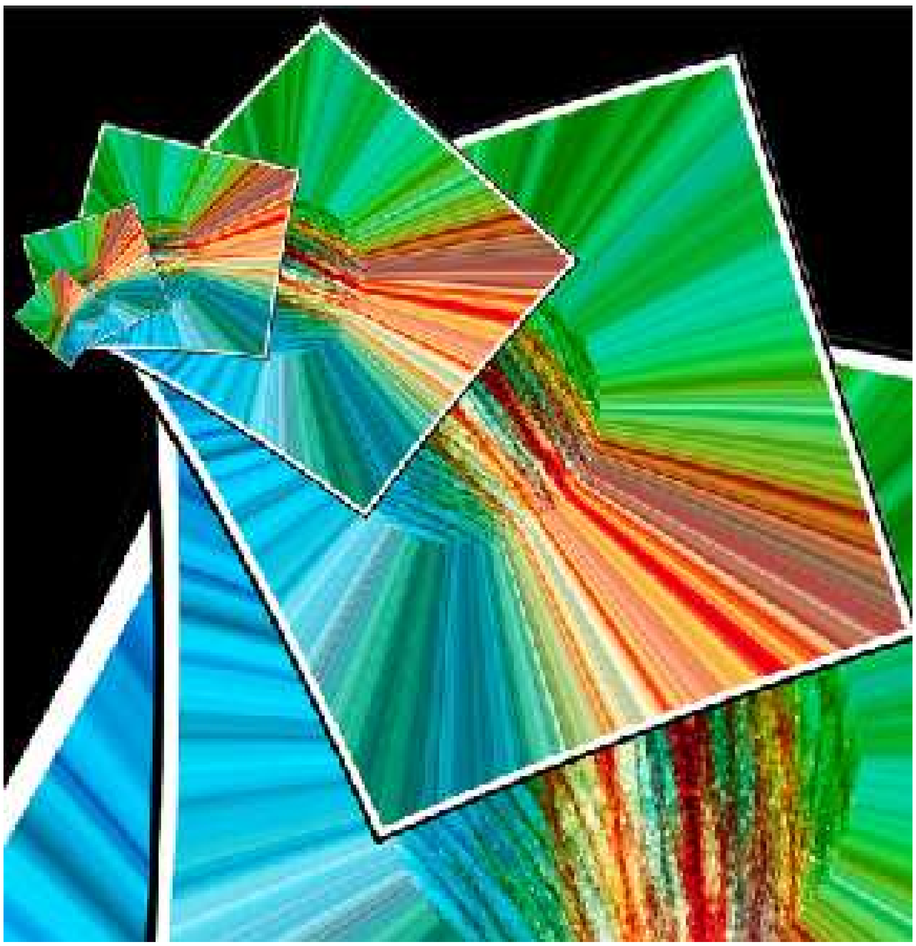
$$ZR'' = (M \rightarrow ((M \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O))) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))) \rightarrow (O \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow (O \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow (I \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \ldots$$

entsteht, denn die rekursive Definition der Peirceschen Kategorien setzt eine Mengentheorie voraus, in der das Fundierungsaxiom nicht gilt; es entstehen eben Folgen von Abbildungen der Art von „La vache qui rit“ oder dem Droste-Kaffee.

2. Gegenüber dem dissolventen Droste-Effekt in der auf Paaren von Peano-Zahlen aufgebauten Peirce-Bense-Semiotik handelt es sich bei der auf den flächigen relationalen Einbettungszahlen aufgebauten systemischen Semiotik mit der Basisrelation

$^{m}{}_{m}R_{REZ} :=$ [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [$_{n}$ $1_{-(n-1)}$, m]

um einen absorptiven Droste-Effekt:



Bei jeder Ersetzung wird die Folge der Abbildungen nicht „länger", sondern „kürzer", denn für die einzelnen Partialrelationen gilt das Absroptionsschema

[1, a] → [1_{-1}, b]

[1_{-1}, b] → [1_{-2}, c]

...

$[1_{-(n-2)}, (m-1)] \rightarrow [1_{-(n-1)}, m]$

und wegen

$1_{-2} + 1_{-1} + 1 = 0$

(Toth 2012) wird also n – und werden damit die Einbettungsrelationen – am Ende dieses Prozesses zu 0 zusammengezogen, genau dort also, wo die flächige REZ zur linearen Peano-Zahl wird und damit die systemische REZ-Semiotik mit der Peirce-Bense-Semiotik koinzidiert.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, The Droste effect in semiotics. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 50/3, 2009, S. 139-145

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Relationale Einbettungszahlen und komplexe Zahlen

1. In einem gewisse Sinne könnte man die in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen (REZ) als komplexe Zahlen bezeichnen, da sie, wie die komplexen Zahlen, flächige Zahlen darstellen (vgl. Toth 2012b). Eine REZ ist allgemein definiert als

$RE = \langle m, {}_{n}] \rangle$,

wobei gilt

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$.

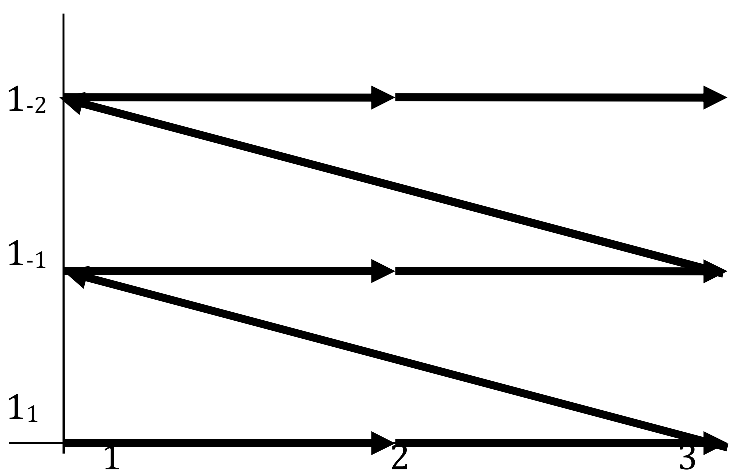
Setzen wir m = n = 3, dann können wir eine Peirce-Bensesche Zeichenklasse in der REZ-Form

$R_{REZ}{}^{3,3} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$,

wobei die dyadischen Abbildungen der a, b, c $\in$ m wie folgt definiert sind

$[1, 1] := id_1$	$[1, 2] := \alpha$	$[1_{-1}, 3] := \beta$	$[1, 3] := \beta\alpha$
$[1_{-1}, 2] := id_2$	$[1_{-1}, 1] := \alpha^0$	$[3, 1_{-1}] := \beta^0$	$[1_{-2}, 1] := \alpha^0\beta^0$
$[1_{-2}, 3] := id_3$.			

2. Erinnern wir uns an die graphische Repräsentation der Zahlenfläche der REZ, wie sie in Toth (2012c) gegeben worden war



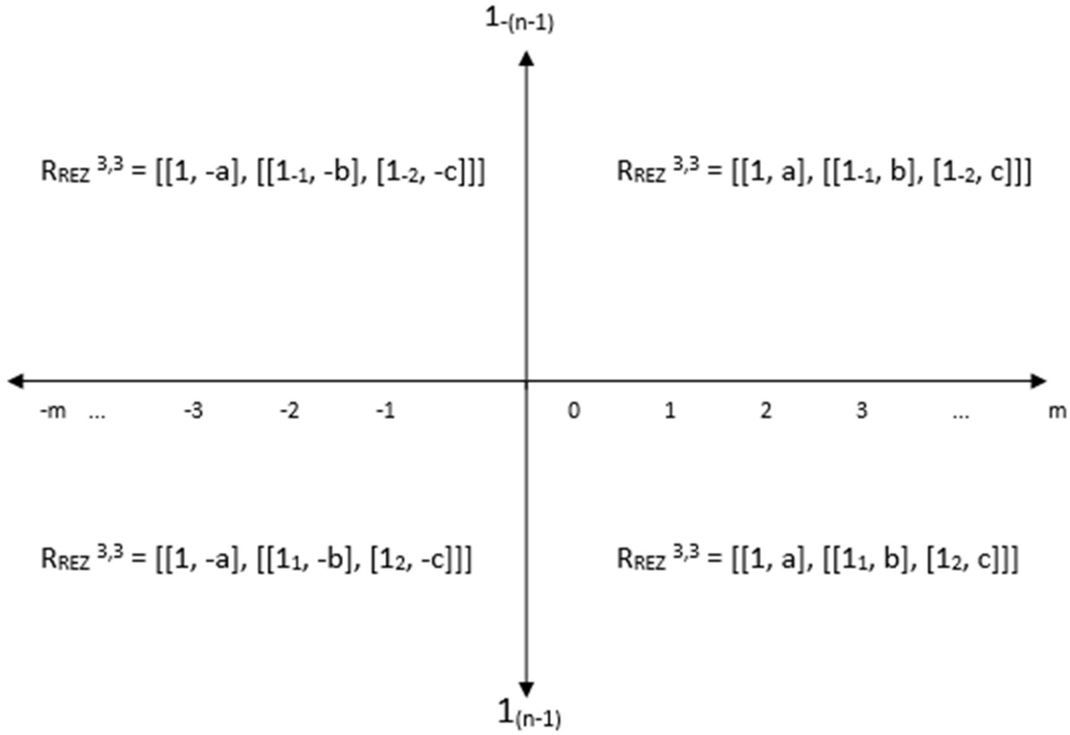
Was nun die Menge der Peanozahlen $m \in \mathbf{N}$ in $RE = <m, {}_{n}]>$ betrifft, so hatten wir bereits in Toth (2001) gezeigt, daß man in Peirce-Benseschen dyadischen Partialrelationen der Form (a.b) anstatt positiver auch negative Zahlen verwenden kann und damit das Peirce-Bensesche semiotische System dadurch auf die Gaußsche Zahlenebene abbilden kann, daß man die drei weiteren Formen von Subzeichen (-a.b), (a.-b) und (-a.-b) einführt. Wir sind somit berechtigt, auch für m negative Werte einzusetzen. Da die Vorstellung negativer Einbettungen einige Kopfschmerzen bereitet, wenn wir also Einbettungsoperatoren der Form ${}_{n}]$ nun auch für negatives n einführen, sei auf Toth (2012d) verwiesen, wo wir gezeigt hatten, daß speziell das REZ-System über einen „negativen" Droste-Effekt verfügt. Das bedeutet, impressionistisch ausgedrückt, daß hier – im Gegensatz zum Peirce-Bense-System, wo ein positiver Droste-Effekt herrscht, wo also die Relationen durch Einsetzen immer „länger" werden – die Relationen im REZ-System immer „kürzer" werden, bis sie an einem Punkt wegen $1_{-2} + 1_{-1} + 1 = 0$ in 0, d.h. mit der Peirce-Bense-Semiotik, koinzidieren. Geht man also unter 0 hinunter, so hat man auf semiotischer REZ-Ebene ein ähnliches Phänomen vor sich wie im Bereiche der Zahlentheorie bei derNon-Standard-Analysis (vgl. Ebbinghaus 1992, S. 255 ff).

Nach diesen Überlegungen sind wir also berechtigt, komplexe REZ-Relationen der Form

$$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots {}_{n}]$$

(1 ist natürlich Abkürzung für "$1_{\pm 0}$".)

und der oben wiedergegebene Quadrant aus einem REZ-Koordinatensystem präsentiert sich innerhalb einer REZ-Zahleneben natürlich in der Form



(Wink mit dem Zaunpfahl: negative Einbettungsrelationen sind im positiven Teil des Quadrantensystems, und umgekehrt!)

Literatur

Ebbinghaus, Heinz-Dieter, Zahlen. 3. Aufl. Berlin 1992

Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (eds.), Myths, Rites, Simulacra. Vienna 2001, S. 117-134

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Linearität und Diagonalität bei relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Absorptiver und dissolventer Droste-Effekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Zwei eigenreale Relationstypen bei REZ-Relationen

1. Eine REZ ist allgemein definiert als (vgl. Toth 2012)

$RE = <m, {}_{n}]>$,

wobei gilt

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$.

Allgemein gilt also

$[1_{-a}, b]^0 = [b, a(+1)]$,

und speziell im Mittelbezug (da $\times[1, 1]$ natürlich dualidentisch ist)

$\times[1, 2] = [1_{-1}, 1]$

$\times[1, 3] = [1_{-2}, 1]$.

2. Sehen wir uns nun die beiden Relationstypen der Eigenrealitätsklasse sowie der Kategorienklasse an. Bense hatte zu letzterer ja bemerkt, sie stelle Eigenrealität „schwächerer Repräsentation“ dar (1992, S. 40):

$$[[[\mathbf{1_{-2}, 1}] \rightarrow [\mathbf{1_{-1}, 2}]] \rightarrow [\mathbf{1, 3}]] \quad \times \quad [[\mathbf{1_{-2}, 1}] \rightarrow [[\mathbf{1_{-1}, 2}] \rightarrow [\mathbf{1, 3}]]] \qquad (1)$$

$$[[[\mathbf{1_{-2}, 3}] \rightarrow [\mathbf{1_{-1}, 2}]] \rightarrow [\mathbf{1, 1}]] \quad \times \quad [[\mathbf{1, 1}] \rightarrow [[\mathbf{1_{-1}, 2}] \rightarrow [\mathbf{1_{-2}, 3}]]] \qquad (2)$$

Wir wollen bei (1) von Relationstyp A und bei (2) bei Relationstyp B sprechen. Diese Abtrennung von Relations-Typen von den eigentlichen Relationen ist deswegen notwendig, weil in der Peano-Darstellung der entsprechenden Peirce-Bense-Relationen

$ER = (3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3)$

$KR = (3.3\ 2.2\ 1.1) \times (1.1\ 2.2\ 3.3)$

duale und konverse Subzeichen ja zusammenfallen, d.h. es gilt hier $\times(a.b) = (a.b)^0 = (b.a)$, wogegen im REZ-System diese Regel nur für die beiden oben genannten Fälle des Mittelbezugs gilt, da anonsten die zu einer REZ-Relation konverse Relationen gar nicht definiert ist; vgl. z.B. $[1_{-1}, 3]^0 \neq [3, 1_{-1}]$. Das bedeutet nun folgendes: Zwar haben sowohl die REZ- als auch die Peirce-Bense-Darstellungen von ER und KR jeweils die gleichen Relationstypen, aber Chreoden gibt es nur dort, wo a priori identische Partialrelationen vorliegen, d.h. wo diese nicht erst (wie bei Peirce-Bense) durch Konversion entstehen! Die Transformationen zwischen REZ-ER und REZ-KR sind somit

$$\begin{array}{lccccccc}
ER & [1_{-2}, 1] & & [1, 3] & & [1_{-2}, 1] & & [1, 3] \\
 & \updownarrow & O = \text{const.} & \updownarrow & \times & \updownarrow & O = \text{const.} & \updownarrow \\
KR & [1_{-2}, 3] & & [1,1] & & [1_{-2}, 3] & & [1,1]
\end{array}$$

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Gesättigte, ungesättigte und übersättigte REZ-Relationen

1. Zum theoretischen Hintergrund vgl. bereits Toth (2009), so daß wir uns hier kurz fassen können. Eine REZ ist allgemein definiert als (vgl. Toth 2012)

$RE = <m, {}_{n}]>$,

wobei gilt

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$,

allgemein gilt also

$[1_{-a}, b]^0 = [b, a(+1)]$.

Danach ist eine REZ eine flächige Zahl, die sich als (m, n)-stellige Relation durch

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \dots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \dots {}_{n}]$

darstellen läßt. Speziell für $m = n = 3$ haben wir dann

$R_{REZ}{}^{3,3} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$.

2. Praktisch braucht jedoch nicht notwendig $m = n$ zu gelten, sondern es können zusätzlich die beiden Fälle $m < n$ oder $m > n$ auftreten. Wir sprechen im ersten Fall von relations-ungesättigten bzw. Einbettungs-übersättigten und im zweiten Fall von relations-übersättigten bzw. Einbettungs-ungesättigten REZ-Relationen.

2.1. Relations-ungesättigte / Einbettungs-übersättigte REZ-Relation:

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \dots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \dots {}_{n}]$ mit $m < n$

2.2. Einbettungs-ungesättigte / Relations-übersättigte REZ-Relation:

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \dots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \dots {}_{n}]$ mit $n < m$.

Fall (2.1) bedeutet also, daß in einer REZ-Relation mindestens zwei semiotische Werte sich in derselben Einbettungsstufe befinden, und Fall (2.2) bedeutet demzufolge, daß in einer hierarchischen Anordnung von Peano-

Zahlen, die in REZ-Relationen fungieren, mindestens eine Abbildung aus dieser Hierarchie heraustritt.

Literatur

Toth, Alfred, Gesättigte und ungesättigte Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Relationale Interpenetrationen als Interpretationen

1. Im folgenden geht es, im Anschluß an meinen Beitrag zur Frank-Festschrift (Toth 2012a), um die Verallgemeinerung des Falles, daß ein künstliches Zeichen ein natürliches interpretiert, oder vice versa. Nach Frank (2001) ist es so, daß man das Zeichen als komplexe Funktion auffassen kann, falls man annimmt, daß sie zu zwei Grenzwerten konvergiert, der im Falle des Objektpols das künstliche und im Falle des Subjektpols das natürliche Zeichen repräsentiert. Ferner hatten wir in Toth (2012b, c) bereits einige Fälle von Interpenetrationen untersucht, also solche, bei denen innerhalb von Repräsentationssystemen Abbildungen (Partialrelationen) ausgetauscht werden.

2. Nun setzt eine komplexe Semiotik, die von den spezifischen semiotischen Voraussetzungen (v.a. also vom substantiellen Kategoriebegriff) abstrahiert, deren Rückführung auf die Systemtheorie voraus (Toth 2012d), die man dann formal noch abstrakter fassen kann, indem man statt der systemischen Abbildungen die sog. relationalen Einbettungszahlen (REZ) verwendet (Toth 2012e). Wenn wir das bisher Gesagte zusammenfassen, dann erfordert also eine maximal abstrakte Behandlung von semiotischen Interpenetrationsphänomenen eine komplexe REZ-Relation, wie sie in Toth (2012f) gegeben worden war

$$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots_{n}].$$

Natürliche Zeichen sind also wesentlich objektorientierte Zeichen, d.h. sie fallen in den Bereich der reellen Zahlen und Abbildungen von R_{REZ}. Dagegen sind künstliche Zeichen wesentlich subjektorientierte Zeichen und fallen somit in den imaginären Bereich der komplexen Zahlen und also von R_{REZ}.

Nehmen wir nun den Fall, daß ein künstliches Zeichen ein natürliches interpretiert, so zwar, daß es dabei zur Interpenetration einer subjektiven Interpretation in die objektive Interpretation der REZ-Relation für das betreffende natürliche Zeichen kommt:

$$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]] \ldots [1_{-(n-1)}, m]]] \ldots {}_{n}]$$

$$\Uparrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [-1_{-(n-1)}, m] \\ [1_{(n-1)}, m] \\ [-1_{(n-1)}, m] \end{array} \right\}_{I}$$

Da $R_{REZ}{}^{m,n}$ natürlich, aufgefaßt als komplexe Relation, sowohl reelle als auch imaginäre Wertvorräte besitzt, kommen somit bei Interpenetrationen jeweils genau 4 Möglichkeiten vor, vorausgesetzt, man übernimmt aus der Peirce-Bense-Semiotik die Voraussetzung, daß sich jede n-stellige Relation aus konkatenierten Dyaden zusammensetzt (vgl. Walther 1979, S. 79).

Das obige Beispiel einer Interpretation durch relationale Interpenetration läßt sich natürlich umkehren – denn auch natürliche Zeichen können künstliche interpretieren: etwa dadurch, daß man jemandem „den Vogel zeigt" und nicht nur, wie oben, z.B. das Gesagte durch Mimik und Gestik „untermalt". Eine weitere Verallgemeinerung ergibt sich dadurch, das man Interpenetrationen auch für Mittel- und Objektbezug der unterliegenden Peirce-Benseschen Zeichenrelation zuläßt und diese evtl. sogar kombiniert (was gerade bei höherstelligen Abbildungen schnell zu enormer Komplexität führt). Die Basismodell sind dann natürlich für m = n = 3. Für den Objektbezug:

$$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$$

$$\Uparrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [-1_{-(n-1)}, m] \\ [1_{(n-1)}, m] \\ [-1_{(n-1)}, m] \end{array} \right\}_{O}$$

und für den Mittelbezug:

$$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$$

$$\Uparrow$$

$$\left\{ \begin{matrix} [-1_{-(n-1)}, m] \\ [1_{(n-1)}, m] \\ [-1_{(n-1)}, m] \end{matrix} \right\}_{M}$$

Literatur

Frank, Helmar G., Zur Modellreihen-Entwicklung der deutschen Sprache und der anderen Sprachen Europiens. In: Germanistische Beiträge (Sibiu/Hermannstadt) 13/14, 2001 [= Festschrift für Horst Schuller], S. 126-149

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. Erscheint in: Vera Barandovska-Frank (Hrsg.), Serta für Helmar Frank. Paderborn 2013 (2012a)

Toth, Alfred, Penetration des Außen ins Innen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Penetration des Innen ins Außen. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie der relationalen Einbettungszahlen. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012f

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Null-REZ

1. Die in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen (REZ)

$\omega := 1$

$[\omega, 1] := 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] := 1_{-2}$,

$[[[\omega, 1], 1], 2]] := 1_{-3}$

sowie ihre dualen

$[1, \omega] := {}_{-1}1$

$[1, [1, \omega]] := {}_{-2}1$

$[[2, [1, [1, \omega]]] := {}_{-3}1$,

können leicht zu einem komplexen Zeichenzahlenkalkül (vgl. zuletzt Toth 2012b) ausgebaut werden. Dazu definieren wir

$\omega = (A \rightarrow I)$

$- \omega = (A \rightarrow -I)$,

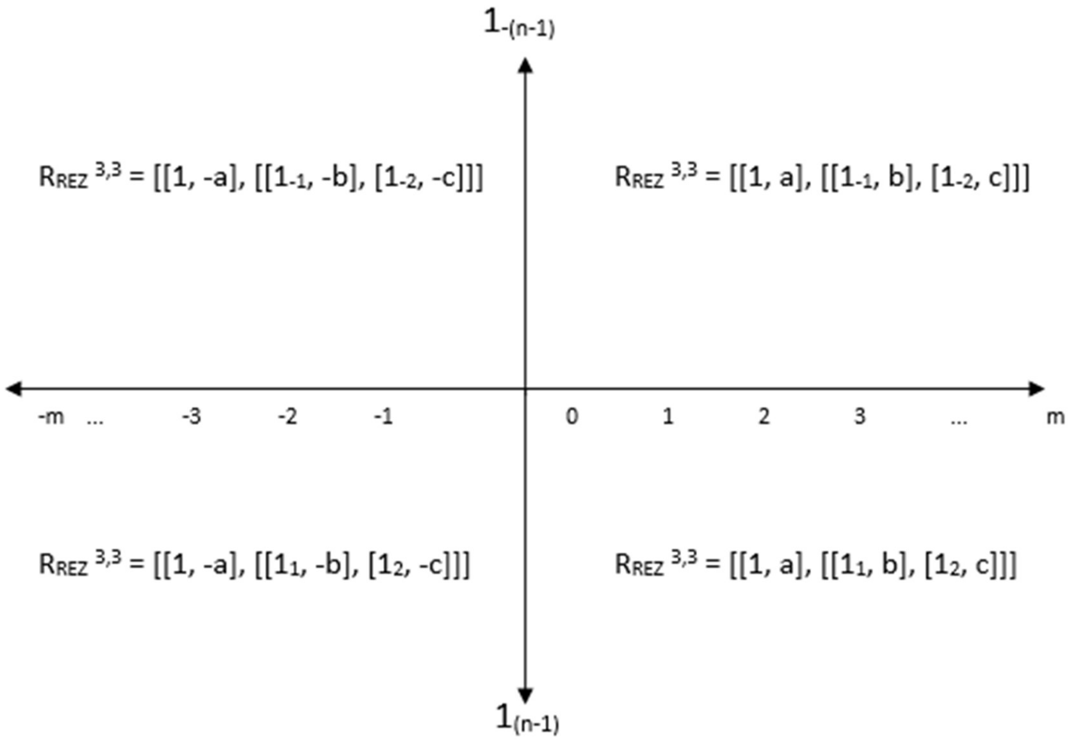
und somit gilt

$[\omega, -1] = (a.-b)$

$[-\omega, 1] = (-a.b)$

$[-\omega, -1] = (-a.-b)$,

und man hat also die allgemeinen Formen dyadischer Partialrelationen für alle vier Quadranten eines kartesischen Koordinatensystems (vgl. Toth 2007, S. 57 ff.):



2.

Negative Einbettungsrelationen befinden sich somit im positiven Teil des Quadrantensystems, und umgekehrt. Die allgemeinste Form einer REZ ist somit ein Paar

REZ = $\langle m, {}_n] \rangle$ mit n, m $\in$ **N**,

und demzufolge gibt es zwei Möglichkeiten, in der REZ den Nullpunkt zu erreichen:

m = 0

n = 0.

Ist m = 0, so kann also sowohl die Domäne, als auch die Codomäne einer Abbildung 0 sein, d.h. es kann eine Kern- oder Cokern-Abbildung vorliegen. Liegt eine Kern-Abbildung vor, so ist z.B. im Falle von [ω, 1] = 0 natürlich auch [[ω, 1], 1] = 0, jedoch ist dann ω ≠ 0. Semiotisch liegt in diesem Fall der "Nullabbildung" vor, d.h. sozusagen "verwaiste" semiotische Funktionen, deren Urbildmengen leer sind. Ist also der Objektbezug leer, dann muss auch der Interpretantenbezug (wegen der Einschachtelungsoperation ${}_n]$) leer sein; ist bloss der Interpretantenbezug leer, so hat das Zeichen zwar eine Bedeutung, aber keinen kontextlichen Sinn. Geht man jedoch statt von semiosischen von retrosemiosischen Funktionen aus, so kann man z.B. den Interpretantenbezug "behalten", ohne den Objekt- oder Mittelbezug zu "opfern". Liegt hingegen eine Cokern-Abbildung oder "leere Abbildung" vor, so kann man umgekehrt die Domänenwerte opfern, ohne wegen der Einbettungen gleichzeitig die Codomänenwerte zu opfern, d.h. die Dualität von Kern- und Cokern-Abbildungen stimmt keinesfalls mit der vermeintlichen Dualität semiosischer und retrosemiosischer Funktionen überein.

Literatur

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen und komplexe Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Systemische Interpretationen

1. Unter systemischen Interpretationen verstehen wir die Interpenetration interpretierenden Systeme aus einem semiotischen System 2 in ein semiotisches System 1 (vgl. Toth 2012a). Wir gehen aus von der allgemeinen Relation relationaler Einbettungszahlen (vgl. Toth 2012b)

$$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots {}_{n}]$$

und dem allgemeinen Interpenetrationsschema

$$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]] \ldots [1_{-(n-1)}, m]]] \ldots {}_{n}]$$

$$\Uparrow$$

$$\left\{ \begin{array}{c} [-1_{-(n-1)}, m] \\ [1_{(n-1)}, m] \\ [-1_{(n-1)}, m] \end{array} \right\}$$

2. Da nach Toth (1997) die drei semiotischen Bezeichnungsfunktion M, (M → O) und (O → I) zugleich die drei semiotischen "Dimensionen" der Syntaktik (Syntax), Semantik und Pragmatik repräsentieren, unterscheiden wir zwischen den drei Haupttypen syntaktischer, semantischer und pragmatischer (systemischer) Interpretation.

2.1. Syntaktische Interpretation

Wir gehen aus von dem folgenden lateinischen Satz

Nisi piscator eam imposuerit hamis escam, quam scierit appetituros esse pisciculos, sine praedae spe morabitur in scopulo. (PETRON. 3, 4)

Würde man ihn so übersetzen, wie man den gleichen mitgeteilten Sachverhalt im Deutschen ausdrückte, so bekäme man ein ungrammatisches Gebilde wie folgt:

*Wenn nicht der Fischer diesen stecken würde an die Angel Beute, die er wissen wird anbeissend sein werdende Fischlein, ohne der Beute Hoffnung bliebe er auf dem Kliff.

Der *-Satz ist kaum verständlich, und tatsächlich ist es ja so, dass man den lat. Satz erst verstanden, d.h. syntaktisch interpretiert haben muss, bevor man ihn übersetzt – wobei die Übersetzung dann ganz automatisch in grammatisch korrektem Deutsch erfolgt, also

Würde der Fischer nicht den Köder an seine Angel hängen, von dem er weiß, daß ihn die Fischlein lieben, würde er ohne Hoffnung auf Beute auf seinem Kliff sitzenbleiben.

Das systemtheoretisch-semiotische Schema syntaktischer Interpretation ist

$$R_{Sys2}{}^{3,3} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$$

$$\Uparrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [1_{-2}, 3] \\ [-1_{-2}, 3] \\ [1_{2}, 3] \\ [-1_{2}, 3] \end{array} \right\}_{I(Sys1)}$$

Wobei geklammerte Menge drittheitlicher Abbildungen die vier Möglichkeiten einer komplexen systemtheoretischen Semiotik wiedergibt (vgl. Toth 2012c).

3.2. Semantische Interpretation

Als einfaches Beispiel für semantische Interpretation wählen wir wiederum einen Satz aus Petronius:

"Modo sic, modo sic", inquit rusticus: Porcum varium perdiderat". (PETRON. 45)

Wer nicht weiß, daß lat. "varius" viel konkretere Bedeutungen umfaßt als dt. "verschieden", wird diesem Satz mit der supponierten Bedeutung "Er hatte ein verschiedenes Schwein verloren" keinen Sinn abgewinnen können, d.h. der semiotische Objektbezug der Übersetzung ist nicht in einen Interpretanten-bezug eingebettet. In Wahrheit bezieht sich "varius" jedoch auf die Haut des Schweins, die Bedeutung ist zwar "verschieden", aber der Sinn ist "gescheckt", und die sinnvolle Übersetzung lautet: "So-so la-la", sagte der Bauer [auf die Frage, wie es ihm gehe,] denn er hatte ein geschecktes Schwein verloren.

Das systemtheoretisch-semiotische Schema semantischer Interpretation ist

$$R_{Sys2}{}^{3,3} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$$

$$\Uparrow$$

$$\left\{ \begin{array}{c} [1_{-2}, 3] \\ [-1_{-2}, 3] \\ [1_{2}, 3] \\ [-1_{2}, 3] \end{array} \right\}_{I(Sys1)}$$

3.3. Pragmatische Interpretation

Nehmen wir zur Illustration wiederum ein sehr einfaches sprachliches Beispiel. Nach dem Vorsingen einer Kandidatin, deren Scheitern zum voraus der ganzen Jury (de facto sogar allen, außer der Kandidatin selber sowie deren Eltern) bewußt war, warteten die Eltern vor dem Auditorium, um den Chef der Prüfungskommission zu sprechen. Dieser, nicht im geringsten im Zweifel über den Anlaß des Besuches der Eltern der tatsächlich gescheiterten Kandidatin, begrüßte die Eltern mit der rhetorischen Frage: "Did you come to give me a hard time?". Die wörtliche dt. Übersetzung "*Sind Sie gekommen, um mir eine schwere Zeit die geben?" ist natürlich ungrammatisch, jedoch nicht nur semantisch (vgl. 3.2), sondern aus pragmatischen Gründen, denn im Dt. würde man den Sinn (nicht die Bedeutung) des Satzes ganz anders ausdrücken, z.B. "Falls Sie gekommen sind, um mit mir zu streiten/zu diskutieren, können Sie gleich wieder gehen" oder sehr kurz (und nach engl. Auffassung schroff): "Hier gibt es gar nichts zu diskutieren". (In Bayern hätte man vielleicht sogar noch prägnanter gesagt: "Schleichen´s Eana".) Hier liegt also ein klarer Fall von weder syntaktischer, noch semantischer, sondern pragmatischer Interpretation vor. Das entsprechende systemtheoretisch-semiotische Schema ist

$R_{Sys2}{}^{3,3} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$

$$\uparrow$$

$$\left\{\begin{array}{c} [1_{-2}, 3] \\ [-1_{-2}, 3] \\ [1_{2}, 3] \\ [-1_{2}, 3] \end{array}\right\}_{I(Sys1)}$$

Komplexere Formen der interpenetrativen Interpretation zwischen verschiedenen (semiotischen) Systemen erhält man z.B. dann, wenn Interpretationen gleichzeitig mehr als einen semiotischen Bezug betreffen, wenn sie also z.B. syntaktisch und pragmatisch fungieren.

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Relationale Interpenetrationen als Interpretationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen und komplexe Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Systeme und relationale Einbettungszahlen

1. Wir wollen wiederum von den in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen (REZ) der Form

$REZ = <m, _{n}]>$

mit m, n $\in$ **N** ausgehen. Wie aus meinen im "Electronic Journal" veröffentlichten Arbeiten hervorgeht, stellt nun die Relation über REZ

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots {}_{n}]$

natürlich in engstem Zusammenhang mit der bereits zuvor in Toth (2012b) eingeführten sog. systemischen Relation

$R_{sys}{}^{m,n} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1], \ldots, [[\omega, 1], 1], (n-1)]].$

2. Wie wir nun explizit aufzeigen wollen, gilt

$\omega = 1_{-0} = 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2},$

$[[[\omega, 1], 1], 2]] = 1_{-3}$

$[[\omega, 1], 1], (n-1)]] = 1_{-(n-1)}$

Ferner stellen sich hierzu die in Toth (2012c) eingeführten intrinsischen Abbildungen

$\omega = (A \rightarrow I)$

$[\omega, 1] = ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$

$[[\omega, 1], 1] = (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)$

Setzt man nun wie in Toth (2012d)

$[\omega, -1] = (a.-b)$

$[-\omega, 1] = (-a.b)$

$[-\omega, -1] = (-a.-b)$,

so bekommt man ein vollständiges Korrespondenzschema mit intrinsisischen, systemischen und REZ-Relationen in sehr einfacher Weise dadurch, daß man setzt

$\omega = \pm 1_0 = \pm 1$

$[\omega, 1] = \pm 1_{\pm 1}$

$[[\omega, 1], 1] = \pm 1_{\pm 2}$,

$[[[\omega, 1], 1], 2]] = \pm 1_{\pm 3}$

$[[\omega, 1], 1], (n-1)]] = \pm 1_{\pm (n-1)}$

Auf diese Weise kann man also nicht nur, wie bisher (vgl. Toth 2007), eine komplexe Semiotik über den Peanozahlen definieren, welche für die semiotischen Kategorien Verwendung finden (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.), sondern ebenfalls für die intrinsische, systemisch-abbildungstheoretische sowie die systemische REZ-Semiotik.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Einbettung intrinsischer Zeichenzahlen verschiedener Einbettungsstufe. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Komplexe Zeichenzahlen in einer intrinsischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Morphismen, Funktoren, natürliche Transformationen

1. In der in Toth (2012a) eingeführten REZ-Matrix

$[1, 1]$	$[1, 2]$	$[1, 3]$
$[1_{-1}, 1]$	$[1_1, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_2, 2]$	$[1_{-2}, 3]$,

gilt allgemein

$[1_{-a}, b] = [a(+1), b]$

und daher

$\times[1_{-a}, b] = [b, a(+1)]$.

Z.B. ist also die zur REZ-Relation [1, 3] konverse Relation nicht etwa *[3, 1] (die ja im System der RE gar nicht definiert ist), sondern $[1_2, 1]$, das kann man natürlich an den Teildiagonalen der obigen Matrix direkt herauslesen. Aus der letzteren Feststellung folgt nun aber ebenso direkt, daß im REZ-System jede dyadische Partialrelation nicht nur eine, sondern zwei Formen hat, allgemein

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$,

allerdings nur, falls $a < 2$ ist, d.h. nur für die REZ-Äquivalenz des Peirce-Benseschen Mittelbezugs:

$[1, 1] = [1, 1]$

$[1, 2] = [1, 1_{-1}]$

$[1, 3] = [1, 1_{-2}]$

...

$[m, n] = [m, 1_{-[n-1)}]$.

Daraus folgt nun natürlich eine Redefinition der kategorietheoretischen Abbildungen für das REZ-System gegenüber demjenigen, das für die Peirce-Bense-Semiotik in Toth (1997, S. 21 ff.) gegeben worden war:

$[1, 1] := id_1$ $[1, 2] := \alpha$ $[1_{-1}, 3] := \beta$ $[1, 3] := \beta\alpha$

$[1_{-1}, 2] := id_2$ $[1_{-1}, 1] := \alpha^0$ $[3, 1_{-1}] := \beta^0$ $[1_{-2}, 1] := \alpha^0\beta^0$

$[1_{-2}, 3] := id_3$

2. Sofern es sich um dyadische Abbildungen, d.h. semiotische Funktionen handelt, liegen natürlich einfache Morphismen vor, welche Elemente aus einer Domäne auf Elemente einer Codomäne abbilden. Hat man jedoch semiotische Kategorien, d.h. z.B. vollständige Zeichen- oder Realitätsthematiken vor sich, sprechen wir von semiotischen Funktoren. Sie haben also die allgemeine Form

$F = [[m_{(i+1)}, n_{-(i-2)}], [m_i, n_{-(i-1)}]]$.

Liegen "parallele Funktoren" vor (vgl. z.B. das in Toth 1997 in der Tafel am Ende des Buches gegeben "vollständige SRG-System"), können wir von semiotischen natürlichen Transformationen sprechen. Ihre allgemeine Form ist

$nT = [[m_{(i+1)}, n_{-(i-2)}], [m_i, n_{-(i-1)}]], [[m_{(k+1)}, n_{-(k-2)}], [m_k, n_{-(k-1)}]]]$.

Da nun bei den REZ $m, n \in \mathbf{N}$ gilt, kann man weiters je zwei natürliche Transformationen aufeinander abbilden, man erhält dann nT´s 2. Stufe, usw. Wie bereits früher gezeigt wurde, kann man solche und viele weitere hochstufige kategorialsemiotische Abbildungen relativ problemlos in n-kategoriale Systeme einbetten (vgl. Toth 2011).

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, n-Kategorialität bei Zeichenfunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Komplementäre REZ-Relationen

1. Erfahrungsgemäß fällt es selbst Mathematikern mitunter schwer, zwischen den in komplementären Relationen beteiligten bzw. vorausgesetzten Mengen zu unterscheiden. Bedeutet z.B. die Relation R "ist Vorgesetzter von", so besteht die komplementäre Relation R´zwischen allen Paaren, die in irgendeiner menschlichen Beziehung zueinander stehen, also z.B. miteinander verwandt, befreundet, verfeindet usw. sind (vgl. Menne 1991, S. 138). Es kommt somit, kurz gesagt, auf die von einer Relation jeweils vorausgesetzte Grundmenge an.

In der triadisch-trichotomischen REZ-Relation (Toth 2012a)

$R_{REZ}{}^{3,3} = [[1, 1], [[1_{-1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$,

können somit nur die Partialrelationen [1, 1] und $[1_{-1}, 2]$ komplementäre Mengen haben, da die Partialrelation $[1_{-2}, 3]$, da sie drittheitlich ist, das im Zeichen selbst enthaltene Zeichen ist und somit mit der Grundmenge zusammenfällt. Ferner ist die Grundmenge von [1, 1] in dieser isolierten Form gar nicht anggebbar, dann nämlich, wenn man von der semiotischen Kategorie M und nicht von der Bezeichnungsfunktion (M → O) ausgeht, d.h. wenn man die Doppelnatur der Subzeichen statisch anstatt dynamisch interpretiert. Bedeutet also [1, 1] M, dann ist die monadische Partialrelation zugleich die Grundmenge der Relation und damit die komplementäre Relation die leere Menge; bedeutet [1, 1] aber (M → O), dann ist die Grundmenge die Oberrelation O = (M → O). Dasselbe gilt vice versa für [1, 1] sowie für $[1_{-1}, 2]$ relativ zu $[1_{-2}, 3]$.

2. Nun ist aber, worauf z.B. in Toth (2012b) hingewiesen worden war, die der Peirce-Benseschen Zeichenrelation korrespondierende systemische REZ-Relation $R_{REZ}{}^{3,3}$ selbst eine Teilrelation der umfassenden Relation $R_{REZ}{}^{m,n}$

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \dots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \dots {}_{n}]$.

Hier ist also die Grundmenge wegen der Verschachtelungsstruktur die m,n-adische Partialrelation $[1_{\pm(n-1)}, \pm m]$, die wegen des "dissolventen" Droste-Effekts bei systemischen semiotischen Relationen (vgl. Toth 2012c) sämtliche niederstufigen Partialrelationen semiotisch enthält. Für $R_{REZ}{}^{3,3}$ bedeutet dies natürlich, daß selbst die monadische Relation [1, 1] nur hinsichtlich der

Grundmenge $[1_{\pm(n-1)}, \pm m]$ eine komplementäre Relation bilden kann, so daß also selbst die autoreproduktive Relation $[1_{-2}, \pm 3]$ in hierarchisch viel höhere autoreproduktive Komplexe eingebettet ist. Da $R_{REZ}{}^{m,n}$ ferner neben $[1_{-n}, m]$ auch Dyaden der komplexen Struktur $[1_{-n}, -m]$, $[1_{n}, m]$ und $[1_{n}, -m]$ enthält, erweitert sich die reelle Grundmenge im Falle der REZ-Semiotik um die imaginären semiotischen Werte.

Literatur

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Systeme und relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Absorptiver und dissolventer Droste-Effekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Zur Ambiguität der relationalen Einbettungszahlen

1. Aus der allgemeinen Definition der in Toth (2012) behandelten relationalen Einbettungszahlen (REZ)

RE := <$1_{m, n}$]>

mit m, n ∈ {1, ..., n} kann man durch Beschränkung auf m = n = 3 folgende triadisch-trichotomische REZ-Matrix konstruieren

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
[1_{-1}, 1]	[1_{1}, 2]	[1_{-1}, 3]
[1_{-2}, 1]	[1_{-2}, 2]	[1_{-2}, 3],

2. Man erkennt also eine bei REZ im Unterschied zu Peanozahlen auftretende **Ambiguität** der Form

[a, b] = {[$a_{-(a-1)}$, b], [a, b]}.

Wir wollen nun versuchen, die 9 REZ aus der obigen 3 × 3-Matrix linear anzuordnen auf den drei involvierten Ebenen n, (n-1) und (n-2) anzuordnen (man erinnere sich, daß REZ als flächige Zahlen eingeführt worden waren)

n-2	[1_{-2}, 1]	<	[1_{-2}, 2]	<	[1_{-2}, 3]
n-1	[1_{-1}, 1]	<	[1_{-1}, 2]	<	[1_{-1}, 3]
n	[1, 1]	<	[1, 2]	<	[1, 3]

Nehmen wir aber statt der REZ die auf ihnen definierten Morphismen

[1, 1] := id_1	[1, 2] := α	[1_{-1}, 3] := β	[1, 3]:= βα
[1_{-1}, 2] := id_2	[1_{-1}, 1] := α^0	[1_{-1}, 3] := β^0	[1_{-2}, 1] := $\alpha^0\beta^0$
[1_{-2}, 3] := id_3			

dann sieht man leicht, daß sich nun die oben festgestellte Ambiguität auszuwirken beginnt, insofern nämlich der semiotische Morphismus β und sein inverser Morphismus ein und dieselbe REZ-Repräsentation haben. Die REZ-

Zahlen der semiotischen Peanozahlen (2.3) und (3.2) fallen somit aus der linearen Ordnung heraus.

Literatur

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Konversion und "interne Konversion" relationaler Einbettungszahlen

1. Wie in Toth (2012) gezeigt, weisen die durch

RE := $<1_{m, n}]>$

definierten sowie unter der Beschränkung von m, n ∈ {1, ..., n} auf m = n = 3 konstruierten und in der folgenden triadisch-trichotomische REZ-Matrix angeordneten

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
$[1_{-1}, 1]$	$[1_{1}, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_{-2}, 2]$	$[1_{-2}, 3]$

relationalen Einbettungszahlen (REZ) folgende Basis-Ambiguität auf

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$.

Diese führt dazu, daß einer der beiden semiotischen Basismorphismen der Peirce-Bense-Semiotik in Bezug auf seine REZ-Darstellung mit seinem inversen Morphismus koinzidiert

$[1, 1] := id_1$	$[1, 2] := \alpha$	$\boxed{[1_{-1}, 3] := \beta}$	$[1, 3] := \beta\alpha$
$[1_{-1}, 2] := id_2$	$[1_{-1}, 1] := \alpha^0$	$\boxed{[1_{-1}, 3] := \beta^0}$	$[1_{-2}, 1] := \alpha^0\beta^0$
$[1_{-2}, 3] := id_3$.			

2. Nehmen wir nun z.B. die REZ

$[1_{-2}, 3]$,

so kann man nach der obigen Festsetzung nicht nur eine, sondern zwei Konversen bilden

$[1_{-2}, 1]° = \{[1, 1_{-2}], [1, 3]\}$

Nun hat [1, 3] aber selber eine Konverse

[1, 3]° = [3, 1],

sodaß also jeder REZ 4 Strukturen der allgemeinen Form

$[a, b], [b, a], [a_{-(a-1)}, b], [b, a_{-(a-1)},]$

zukommen. Da [a, b] jedoch die Peanostruktur von Benses "Primzeichen"-Darstellung (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) ist, ist [b, a] auch nichts anderes als ihre (Peano-)Konverse. Wir wollen somit die beiden REZ-Strukturen relativ zu den beiden Peano-Strukturen als "interne Konversen" bezeichnen (da die REZ wegen ihres Einbettungsoperators, der sie zu flächigen Zahlen macht, quasi die interne Struktur der semiotischen Peanozahlen offenlegen). Die durch zwei REZ-Konversen verursachte Ambiguitäten im triadisch-trichotomischen 9er-System der Semiotik kann man z.B. durch die folgende Darstellung illustrieren

$[1, 1]° = [1, 1]$ //

$[1, 2]° = [2, 1]$ / $[1_{-1}, 1]$

$[1, 3]° = [3, 1]$ / $[1_{-2}, 1]$

$[1_{-1}, 1]° = [1, 1_{-1}]$

$[1_{-1}, 2]° = [2, 1_{-1}]$ //

$[1_{-1}, 3]° = [3, 1_{-1}]$

$[1_{-2}, 1]° = [1, 1_{-2}]$

$[1_{-1}, 3]° = [3, 1_{-1}]$

$[1_{-2}, 3]° = [3, 1_{-2}]$

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zur Ambiguität der relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Transformationen zwischen REZ-Konversen

1. Wie in Toth (2012) gezeigt worden war, weist das nicht-invertierte, d.h. den Benseschen Subzeichen der triadisch-trichotomischen semiotischen Matrix entsprechende REZ-System

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
$[1_{-1}, 1]$	$[1_{1}, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_{-2}, 2]$	$[1_{-2}, 3]$

keinerlei Ambiguitäten auf, d.h. die semiotischen Peanozahlen (1.1) ... (3.3) lassen sich bijektiv auf die REZ abbilden. Diese Lage ändert sich jedoch, wenn man von der zur obigen REZ-Matrix transponierten Matrix ausgeht, d.h. die konversen REZ bildet

$[1, 1] := id_1$	$[1, 2] := \alpha$	$[1_{-1}, 3] := \beta$	$[1, 3] := \beta\alpha$
$[1_{-1}, 2] := id_2$	$[1_{-1}, 1] := \alpha^0$	$[1_{-1}, 3] := \beta^0$	$[1_{-2}, 1] := \alpha^0\beta^0$
$[1_{-2}, 3] := id_3$.			

Das bedeutet, daß jede REZ 4 Strukturen der allgemeinen Form

$[a, b], [b, a], [a_{-(a-1)}, b], [b, a_{-(a-1)},]$

hat.

2. Auf diese Weise bekommt man also zusätzlich zu den beiden REZ-Systemen ein System von "Meso-REZ" (vgl. zu Mesozeichen Bense 1983, S. 81 ff.) im Sinne von transformationellen REZ, die man vorläufig und vereinfachend als Paare aus je zwei adjazenten REZ darstellen kann:

[a, b], [b, a], [$a_{-(a-1)}$, b], [b, $a_{-(a-1)}$]

[a, b]	[a, b]	[a, b]
[[a, b], [b, a]]	[a, b], [$a_{-(a-1)}$, b]]	[[a, b], [b, $a_{-(a-1)}$,]]
[b, a]	[$a_{-(a-1)}$, b]	[b, $a_{-(a-1)}$,]

	[b, a]	[b, a]
	[[b, a], [$a_{-(a-1)}$, b]]	[[b, a], [b, $a_{-(a-1)}$]]
	[$a_{-(a-1)}$, b]	[b, $a_{-(a-1)}$]

		[$a_{-(a-1)}$, b]
		[[$a_{-(a-1)}$, b], [b, $a_{-(a-1)}$]]
		[b, $a_{-(a-1)}$]

Literatur

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Konversion und "interne Konversion" relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Inklusionen und Ketten in REZ-Relationen

1. In Toth (2012a) wurde zwischen zwei semiotischen Typen von Droste-Effekt unterschieden:

1.1. dem "dissolventer" (oder emanativen) Droste-Effekt in der Peirce-Bense-Semiotik, wo eine Relation durch fortgesetztes Einsetzen der selbstähnlichen Teilrelationen immer "länger" werden

$ZR := (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))$

$ZR' = ZR = (M \rightarrow ((M \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O) \rightarrow I))$

$ZR'' = (M \rightarrow ((M \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O))) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$
$(O \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow (O \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow (I \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))$, usw.

1.2. dem "absorptiven" (oder "demanativen") Droste-Effekt in der REZ-Semiotik (vgl. Toth 2012b), basiert auf der allgemeinen REZ-Relation,

wo man, anfangend "am Ende", durch fortgesetztes Einsetzen nicht zu immer längeren, sondern zu immer "kürzeren" Relationen gelangt

${}^{m}{}_{n}R_{REZ} :=$ $[[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [_{n}\ 1_{-(n-1)}, m]$

$[1, a] \rightarrow [1_{-1}, b]$

$[1_{-1}, b] \rightarrow [1_{-2}, c]$

...

$[1_{-(n-2)}, (m-1)] \rightarrow [1_{-(n-1)}, m]$,

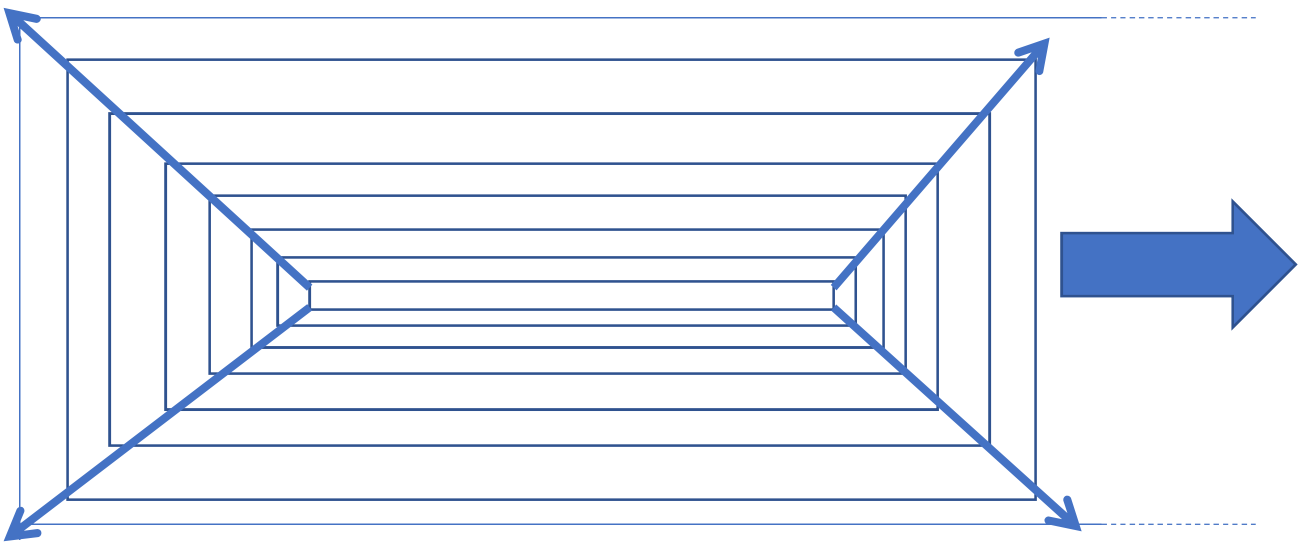
bis man bei m = n = 3 bei der triadisch-trichotomischen Peirce-Bense-Relation angelangt ist.

2. Betrachtet man die beiden Droste-Relationen, d.h. $ZR^{m}{}_{n}$ und ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$, vom mengentheoretischen Standpunkt, erhält man in der Folge an die obigen Unterscheidungen auch zwei ganz verschiedene Formen des Zusammenhanges der einzelnen Partialrelationen beider Relationstypen.

2.1. inklusiver Zusammenhangstyp (emanativer Droste-Typ)

$ZR'' = (M \subset ((M \subset (M \subset (M \subset O))) \subset (M \subset (M \subset (M \subset O)) \subset (M \subset O \subset I)))$
$(O \subset (M \subset O)); (O \subset (M \subset O)) \subset (I \subset (M \subset O \subset I))$

Das zugehörige Diagramm ist also z.B. wie folgt



2.2. Konkatenations-Zusammenhang (demanativer Droste-Typ)

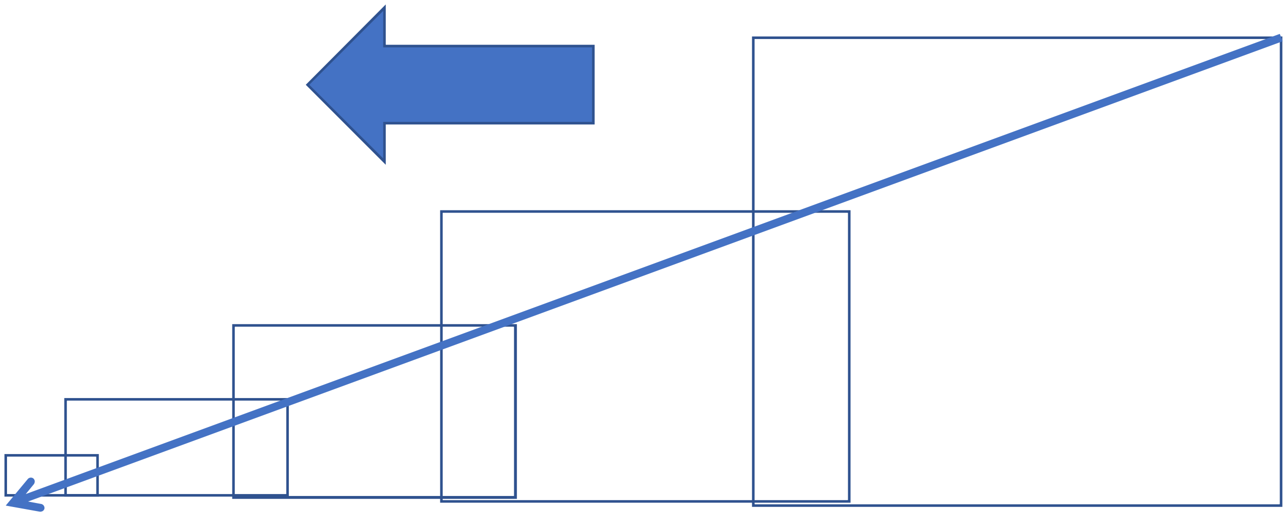
Hier gibt es bei REZ = $[1_{-n}, m]$ 3 nicht-isomorphe Fälle:

2.2.1. $[1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-n}, (m-1)]$

2.2.2. $[1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-(n-1)}, m]$

2.2.3. $[1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-(n-1)}, (m-1)]$

Das zugehörige Diagramm für alle 3 Fälle sieht also z.B. wie folgt aus



Es dürfte mehr als klar sein, daß emanative und demanative Droste-Strukturen trotz der Suggestivität ihrer Bezeichnungen keineswegs zueinander dual sind.

Literatur

Toth, Alfred, Dissolventer und absorptiver Droste-Effekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie der relationalen Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Sorten und Stufen bei relationalen Einbettungszahlen

1. Die 9 REZ, wie sie in der triadisch-trichotonischen REZ-Relation dargestellt sind

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
$[1_{-1}, 1]$	$[1_1, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_{-2}, 2]$	$[1_{-2}, 3]$,

kann man wie folgt in einem 3-stufigen Zahlensystem darstellen (vgl. Toth 2012a)

n-2	$[1_{-2}, 1]$	<	$[1_{-2}, 2]$	<	$[1_{-2}, 3]$
n-1	$[1_{-1}, 1]$	<	$[1_{-1}, 2]$	<	$[1_{-1}, 3]$
n	[1, 1]	<	[1, 2]	<	[1, 3].

2. Nun inhäriert aber jeder REZ der Form

$\text{REZ} = [m, {}_n]]$

die folgende Struktur

$S_{REZ} = \{[a, b], [b, a], [a_{-(a-1)}, b], [b, a_{-(a-1)},]\}$.

Das bedeutet also, daß auch jede REZ in 4 semiotischen "Sorten" auftritt. Da die ersten zwei Sorten nichts anderes als die Peanozahl-Darstellung (sowie deren Konverse) der numerischen, von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen sind, gibt es also nicht etwa 4, sondern insgesamt nur zwei 3-stufige Systeme in einem triadisch-trichotomischen REZ-System, d.h. in Ergänzung zum bereits oben gegebenen noch das folgende System:

n-2	$[1, 1_{-2}]$	<	$[2, 1_{-2}]$	<	$[3, 1_{-2}]$
n-1	$[1, 1_{-1}]$	<	$[2, 1_{-1}]$	<	$[3, 1_{-1}]$
n	[1, 1]	<	[1, 2]	<	[1, 3].

3. Ein weiteres, drittes, REZ-System ergibt sich, wenn man auch die transformationellen REZ, die in Toth (2012b) als Paare von REZ definiert worden waren, in der Form der beiden obigen Systeme anordnet:

[[a, b], [b, a]]	[a, b], [$a_{-(a-1)}$, b]]	[[a, b], [b, $a_{-(a-1)}$,]]
—	[[b, a], [$a_{-(a-1)}$, b]]	[[b, a], [b, $a_{-(a-1)}$]]
—	—	[[$a_{-(a-1)}$, b], [b, $a_{-(a-1)}$]].

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Konversion und "interne" Konversion bei REZ. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Transformationen zwischen REZ-Konversen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Homogene und heterogene REZ-Relationen

1. Die zuletzt in Toth (2012a) behandelte (m, n)-stellige REZ-Relation

$^m{}_nR_{REZ} := [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [_n\ 1_{-(n-1)}, m]]$

weist, wie bes. in Toth (2012b) gezeigt worden war, eine 4-Sortigkeit in Bezug auf das System ihrer Konversen sowie "internen" Konversen auf

$S_{Str} = \{[a, b], [b, a], [a_{-(a-1)}, b], [b, a_{-(a-1)}]\}$,

weshalb man das $^3{}_3R_{REZ}$-Teilsystem in der Form von drei REZ-Zahlensystemen darstellen kann, genauer: den zwei "hauptwertigen"

n-2	$[1_{-2}, 1]$	<	$[1_{-2}, 2]$	<	$[1_{-2}, 3]$
n-1	$[1_{-1}, 1]$	<	$[1_{-1}, 2]$	<	$[1_{-1}, 3]$
n	$[1, 1]$	<	$[1, 2]$	<	$[1, 3]$

----

n-2	$[1, 1_{-2}]$	<	$[2, 1_{-2}]$	<	$[3, 1_{-2}]$
n-1	$[1, 1_{-1}]$	<	$[2, 1_{-1}]$	<	$[3, 1_{-1}]$
n	$[1, 1]$	<	$[1, 2]$	<	$[1, 3]$

und dem einen "transformationellen" (wobei eine transformationelle REZ in Toth 2012c) als Paar zweier (adjazenter) REZ definiert worden war):

[[a, b], [b, a]]	[a, b], $[a_{-(a-1)}, b]]$	$[[a, b], [b, a_{-(a-1)},]]$
—	$[[b, a], [a_{-(a-1)}, b]]$	$[[b, a], [b, a_{-(a-1)}]]$
—	—	$[[a_{-(a-1)}, b], [b, a_{-(a-1)}]]$.

2. Man kann nun noch einen Schritt weitergehen. Während sich nämlich das Problem der Sortigkeit bei den Peano-Relationen (kartesischen Produkten der von Bense 1981, S. 17 ff.) eingeführten "Primzeichen") nicht stellt, da diese ja nur einer Sorte angehören, stellt sich das Problem der "Sorten-Homogenität" bzw. "Sorten-Inhomogenität" bei REZ-Relationen sehr wohl. Auch hierfür gilt

natürlich, daß Relationen, welche ausschließlich die beiden Sorten [a, b] und [b, a] enthalten, zu homogenen Peano-Relationen isomorph sind. Weitere homogene Sorten ergeben sich folglich bei Relationen, welche ausschließlich aus [$a_{-(a-1)}$, b] bzw. [b, $a_{-(a-1)}$] zusammengesetzt sind. Kombiniert man jedoch die 4 Sorten [a, b], [b, a], [$a_{-(a-1)}$, b] und [b, $a_{-(a-1)}$], so erhält man eine große Anzahl von gemischt-sortigen R-Relationen. Im Falle, daß man von der Teilrelation ${}^3{}_3R_{REZ}$ ausgeht, bekommt man also mehrsortige, d.h. inhomogene REZ-Äquivalente der ursprünglichen Peirce-Benseschen triadisch-trichotomischen Zeichenrelationen (bzw. Realitätsthematiken), z.B.

${}^3{}_3R_{REZ} = [[1, a], [[b, 1_{-1}], [1_{-2}, c]]],$

die inhomogen im REZ-Objektbezug ist,

${}^3{}_3R_{REZ} = [[a, 1], [[b, 1_{-1}], [c, 1_{-2}]]],$

die inhomogen im REZ-Mittel- sowie Interpretantenbezug ist.

Während die in diesen beiden Fällen substituierten Partialrelationen homogen in Bezug auf die zu substituierenden Partialrelationen sind, kann man die Substituta ebenfalls aus anderen Sorten entnehmen, z.B. in den beiden folgenden Fälle den beiden Peano-Sorten anstatt den beiden REZ-Sorten:

${}^3{}_3R_{REZ} = [[1, a], [[b, 1_{-1}], [c, 3]]]$

${}^3{}_3R_{REZ} = [[a, 1], [[b, 1_{-1}], [3, c]]].$

Läßt man die triadisch-trichotomische Inklusionsordnung Peirce-Bensescher Zeichenklassen unangestastet, dann gibt es also bereits für ${}^3{}_3R_{REZ}$ bei 10 Zeichenklassen sowie ihnen dualen 10 Realitätsthematiken 20 mal (3 hoch 4) = 1820 mehrsortige Kombinationen.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Konversion und "interne" Konversion. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Sorten und Stufen bei relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Transformationen zwischen REZ-Konversen. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Zur Frage der Realitätsthematiken in REZ-Relationen

1. Bekanntlich besitzt jede der 10 Zeichenklassen des Peirce-Benseschen Dualsystem der Form

$Zkl = (3.a\ 2.b\ 1.c)$

eine ihr duale Realitätsthematiken der Form

$Rth = \times Zkl = \times(3.a\ 2.b\ 1.c) = (c.1\ b.2\ a.3)$.

Hierdurch soll ausgedrückt werden, daß innerhalb des semiotischen Universums die durch Zeichen thematisierte Realität ebenso, d.h. wie die Zeichen selbst, nur vermittelt wahrnehmbar ist.

2. Nun hatten wir in Toth (2012a) festgestellt, daß jeder REZ-Relation der Form

${}^{3}{}_{3}\,REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$

nicht nur eine, sondern insgesamt 4 Strukturen inhärieren:

1. ${}^{3}{}_{3}\,REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$

2. ${}^{3}{}_{3}\,REZ = [[a, 1_{-2}], [b, 1_{-1}], [c, 1]]$

3. ${}^{3}{}_{3}\,REZ = [[1, c], [1_{-1}, a], [1_{-2}, b]]$

4. ${}^{3}{}_{3}\,REZ = [[c, 1], [b, 1_{-1}], [a, 1_{-2}]]$,

die man jedoch nach Toth (2012b) auf die beiden Operationen I (Inversion) und K (Konversion) zurückführen kann, worunter wir die Umkehrung der größten (I) und der kleinsten (K) Partialrelationen einer n-stelligen Relation verstehen.

Nun bedeutet jedoch die Umkehrung der kleinsten Partialrelationen (K) im Falle der triadisch-trichotomischen Semiotik Peirce-Bensescher Prägungen, von denen ja ${}^{3}{}_{3}\,REZ$ nur eine systemische formale Variante darstellt, nichts anderes als daß die durch K erzeugte Umstellung der Monaden das Verhältnis (den semiotischen Wert) von Triaden und Trichotomien verkehrt. Anders gesagt: Die in einer Zeichenklasse stellenwertigen Trichotomien (a, b, c) in

Zkl = (x.a y.b z.c)

sind nichts anderes als die durch K erzeugten hauptwertigen Triaden (a, b, c) in der zu einer Zeichenklasse dualen Realitätsthematik

Rth = (c.z b.y a.x),

natürlich in "umgekehrter" Reihenfolge. Geht man also statt von ${}^{m}{}_{n}$ REZ von ${}^{3}{}_{3}$ REZ aus, so ist die Anwendung der beiden Operatoren I und K auf eine Relation trivial, denn die Dualisation schließt sozusagen automatisch die Inversion ein (jedoch nicht umgekehrt), und die Inversion ist nur eine unter 3! = 6 möglichen Permutationen (genauer: Transpositionen) der Zeichenrelation bzw. Realitätsrelation.

Geht man hingegen aus von

${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$:= [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [$_{n}$ $1_{-(n-1)}$, m],

so kann man zusätzliche Operatoren einführen, welche nicht nur alle n relationalen Stellen der REZ sowie ihre Teilmonaden umkehren, sondern solche, die ferner alle (n-1)-, (n-2), (n-3), ..., (n-i), ... (n-4)-stelligen umkehren. Kurz gesagt: In allen ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ für $n > 3$ ist die Anwendung invertierender Operationen (neben K und I) alles andere als trivial. Von hier aus folgt aber direkt, daß auch die Erzeugung von "Realitätsthematiken" aus den REZ-Relationen alles andere als trivial ist und daß diesen dergestalt erzeugten "umgekehrten" Strukturen durchaus inhaltliche Relevanz zukommen kann.

Literatur

Toth, Alfred, Weshalb die Semiotik 4-wertig sein könnte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Konversion und "interne Konversion" relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Die Menge der REZ-Ausdrücke als Theorie

1. Nach der allgemeinen Modelltheorie versteht man unter der Menge aller Ausdrücke einer Sprache L, die aus einer gegebenen Teilmenge von Ausdrücken $S \subset L$ folgen, die Folgerungsmenge von S (in L) (vgl. Schwabhäuser 1970, S. 39). Man erhält diese Folgerungen von S durch einen Hüllenoperator H (über L), für den die Eigenschaften der Extensivität (i), Monotonie (ii) und Abgeschlossenheit (iii) gelten (Schwabhäuser 1970, S. 40):

(i) $S \subset H(S)$

(ii) $(S_1 \subset S_2) \rightarrow H(S_1) \subset H(S_2)$

(iii) $H(H(S)) \subset H(S)$.

2. Im folgenden gehen wir aus von der allgemeinen (n, m)-stelligen REZ-Relation

$^{m}{}_{n}R_{REZ} := [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [_{n} 1_{-(n-1)}, m],$

d.h. wir können durch Einsetzen von Werten für n die Tiefe der relationalen Einbettungen und durch Einsetzen von Werten für m die Stelligkeit der Partialrelationen bestimmen. Setzen wir z.B. m = n = 3, so bekommen wir

$^{3}{}_{3}\,REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]],$

also die REZ-Variante der Peirce-Benseschen Zeichenrelationen, deren allgemeine Form üblicherweise als ZR = (3.a, 2.b, 1.c) dargestellt wird. Wie immer wir jedoch m und n wählen, ob wir als Zahlbereich die natürlichen, reellen oder komplexen Zahlen wählen (vgl. Toth 2012a), an der Relation $^{m}{}_{n}R_{REZ}$ selbst ändert sich dadurch gar nichts, d.h. sie bleibt eine abstrakte systemische Relation, die u.a. Zeichenhaftes repräsentiert, jedoch nicht nur Zeichenhaftes. Ihre Struktur ist darum universell im doppelten Sinne des Wortes: maximal allgemein und ein Universum betreffend. Nur ist dieses systemische Universum umfassender als das "Universum der Zeichen" (Bense 1983; 1986, S. 17 ff.).

3. Geht man nun allerdings von ${}^{3}{}_{3}$ REZ aus, so findet man die vier folgenden nicht-isomorphen Strukturen

1. ${}^{3}{}_{3}$ REZ = $[[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$

2. ${}^{3}{}_{3}$ REZ = $[[a, 1_{-2}], [b, 1_{-1}], [c, 1]]$

3. ${}^{3}{}_{3}$ REZ = $[[1, c], [1_{-1}, a], [1_{-2}, b]]$

4. ${}^{3}{}_{3}$ REZ = $[[c, 1], [b, 1_{-1}], [a, 1_{-2}]]$.

Wie ich jedoch in Toth (2012b) gezeigt hatte, ändert auch dies nichts daran, daß man im allgemeinen systemischen Universum, wie es durch ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ definiert ist, verbleibt. Aus ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ gibt es somit ebenso wenig wie aus ${}^{3}{}_{3}R_{REZ}$ eine Transzendenz, die in einen anderen "Realitätsbereich" oder dergl. führt. Der Übergang von ZR zu ${}^{3}{}_{3}R_{REZ}$ bringt also, um es nochmals zu unterstreichen, "lediglich" viel größere Abstraktion in die mathematische Semiotik.

Betrachten wir also nochmals (vgl. Toth 2012c) die Operatoren, welche die 4 oben unterschiedenen Strukturen erzeugen, nehmen wir hierzu aber die Peirce-Benseschen Darstellungsweise:

1. (3.a 2.b 1.c) := G

2. (3.a 2.b 1.c)° = (1.c 2.b 3.a) := K_1

3. ×(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3) := K_n

4. ×(3.a 2.b 1.c)° = (a.3 b.2 c.1) := KD = DK

Wie man erkennt, werden die 4 Strukturen aus einer Grundstruktur G sowie zwei Operationen K und D sowie deren (dualidentische) Kombination erzeugt. Im Falle von ${}^{3}{}_{3}R_{REZ}$ fällt allerdings K_1 mit einer der 3! = 6 Permutationen und K_n mit der Dualisationsoperation zusammen (vgl. zu n>3-stelligen REZ-Relationen Toth 2012b). Dennoch führen auch die Operatoren K_1 und K_n nicht aus dem systemischen REZ-Universum hinaus, denn wie man ohne weitere Begründung sehr leicht sieht, ist K_m für $m \in \{1, ..., n\}$ ein Hüllenoperator im Sinne der Modelltheorie. Daher sind aber auch alle durch H erzeugten

"Folgerungen" aus ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ bereits in ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ enthalten, und ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ stellt daher im Sinne der Modelltheorie ein Theorie dar (vgl. noch Schwabhäuser 1970, S. 40).

Literatur

Schwabhäuser, Wolfram, Modelltheorie, Bd. I. Mannheim 1970

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen und komplexe Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur Frage der Realitätsthematiken in REZ-Relationen. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Weshalb die Semiotik 4-wertig sein könnte. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Mennes Bedeutungsrelation als triadische Zeichenrelation

1. Obwohl ich Mennes Bedeutungsrelation (vgl. Menne 1992, S. 55 ff.), die einen der wenigen wirklich originellen Beiträge eines Logikers zur Semiotik darstellt und sonst, so viel ich sehe, überhaupt nicht gewürdigt worden ist, bereits früher (vgl. z.B. Toth 2011) behandelt hatte, möchte ich hier nun zeigen, daß die 4-stellige Bedeutungsrelation

$B = (a, l, g, x)$,

worin a = Name, l = Sprache (welcher der Name angehört), g = Gehalt und x = Ding (Objekt) bezeichnet, sich ohne Probleme so in eine triadische Zeichen-relation des Peirce-Benseschen Typs tranformieren läßt, daß sie mit den neueren Entwicklungen in der semiotischen Systemtheorie (vgl. z.B. Toth 2012a) kompatibel ist.

2. Für Menne ist das "Ding" x das externe semiotische Objekt, welches durch das Zeichen bezeichnet wird. (Man sei sich bewußt, daß Mennes Relation eine Bedeutungs- und keine Zeichenrelation ist!) Nun beruht aber die systemische Semiotik gerade auf der Ersetzung der Dichotomie von [Zeichen, Objekt] durch diejenige von [Außen, Innen], m.a.w.: die Kontexturgrenzen zwischen Subjekt und Objekt werden, wie bereits in Toth (2012b) gezeigt, "von außen nach innen" verschoben, d.h. in die einzelnen Partialrelationen der systemischen Zeichenrelation

$ZR_{sys} = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]$

hinein. Setzen wir hingegen

$(x \rightarrow a) := M \leftrightarrow [A \rightarrow I]$,

d.h. bilden wir Mennes "Ding" aus seinen "Namen" ab, dann erscheint das externe Objekt nunmehr innerhalb einer Bezeichnungsfunktion, d.h. als Mittel-Relation. (Die Sprache l wird in der Peirce-Bense-Semiotik insofern vernachläßigt, als das Repertoire, aus dem ein M selektiert wird, zwar dadurch vorausgesetzt wird, aber selbst nicht innerhalb der Zeichenrelation erscheint.) Daß Mennes "g" dem Interpretantenbezug entspricht, hatte ich bereits in Toth (2011) gezeigt. Wegen den Inklusionsbeziehungen

$O = (M \rightarrow O)$

$I = (M \rightarrow O \rightarrow I)$

in der Zeichendefinition

$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))$

(Bense 1979, S. 53) folgt nun aber direkt, daß die Mennesche Bedeutungsrelation B sich als triadische Zeichenrelation ZR darstellen läßt. Ferner folgen aus Toth (2012a, b), d.h. den Entsprechungen der klassischen Notation der Zeichenrelation mit der systemischen, daß wir nun folgende Äquivalenzen aufstellen können:

1. $B = (a, l, g, x) \leftrightarrow$

2. $ZR = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)) \leftrightarrow$

3. $ZR_{sys} = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]] \leftrightarrow$

4. $ZR_{sys\text{-}rel} = [\omega, [[\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]] \leftrightarrow$

5. $ZR_{sys\text{-}REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$.

Da ferner nach Toth (2012c)

$ZR_{sys\text{-}REZ} \subset ({}^{m}{}_{n}R_{REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]], ..., [_{n} 1_{-(n-1)}, m]]...])$

gilt, ist also am Ende dieses Mennesche Bezeichnungsfunktion ein mit der Peirce-Benseschen Zeichenrelation kompatibler triadischer Spezialfall der allgemeinen (m, n)-wertigen systemischen Relation relationaler Einbettungszahlen.

Literatur

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Mennes Bedeutungsrelation als dyadisch-trivalente semiotische Relation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Zur Frage der Realitätsthematiken in REZ-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

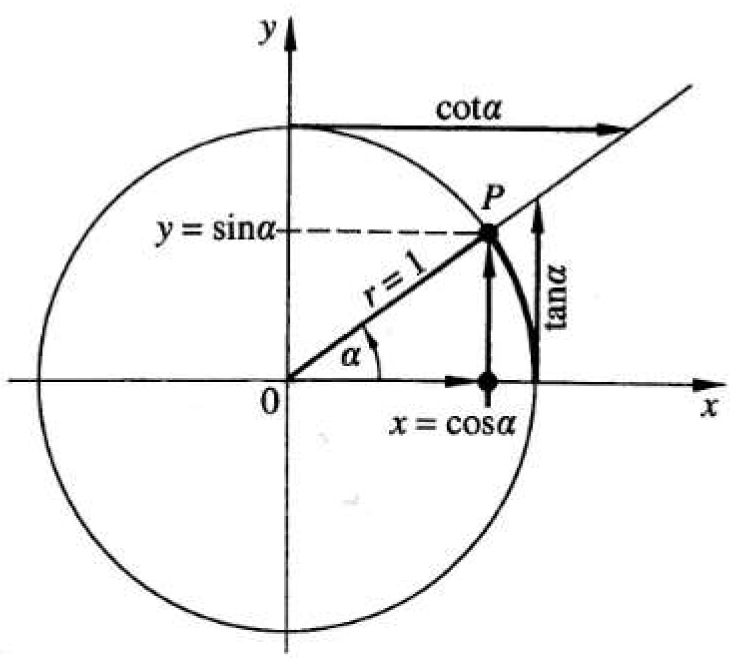
Relationale Einbettungszahlen als "komplexe" Zahlen

1. Relationale Einbettungszahlen (REZ; vgl. ausführlich Toth 2012a) sind natürlich nur in dem Sinne als komplexe Zahlen aufzufassen, daß sie wie die letzteren zusammengesetzte und flächig darstellbare Zahlen sind. Da eine REZ die allgemeine Form

REZ = [m, $_n$]] mit m, n $\in$ C

(vgl. Toth 2012b) hat, ist es jedoch möglich, REZ als komplexe Zahlen zu behandeln, und umgekehrt. Dabei gilt offenbarm $\in$ R und n $\in$ I, d.h. man die beiden Zahlentypen hängen insofern zusammen, als man die imaginäre Achse der komplexen Zahlen und die Einbettungsachse der REZ vertauschen kann.

2. Da wir bereits REZ vor dem Hintergrund der Gaußschen Zahlenebene für alle vier Quadranten behandelt haben (Toth 2012b), gehen wir hier von der Polar-koordinaten-Darstellung komplexer Zahlen aus (vgl. Toth 2011):



Dann ergibt sich für die Kreisfunktionen:

sin α = y := $_n$]

cos α = x := m

$\text{tg}\ \alpha = y/x := {}_{n}]/m$

$\cot \alpha = x/y := m/{}_{n}]$.

Die für m und n einzusetzenden Werte hängen also zunächst davon ab, welche Teilrelation der allgemeinen REZ-Relation

${}^{m}{}_{n}R_{REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]], ..., [_{n} 1_{-(n-1)}, m]]...]$

man wählt. Für den Fall der systemischen Fassung der Peirce-Benseschen triadisch-trichotomischen Semiotik, welche 3 Einbettungsgrade hat, setzt man also m = n = 3 und geht somit von

${}^{3}{}_{3}R_{REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$

mit a, b, c ∈ {1, 2, 3} aus. Damit kann man die Polarkoordinaten für jede partielle Relation getrennt bestimmen.

Literatur

Toth, Alfred, Zeichen als Wurzeln komplexer Zahlen V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen und komplexe Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Relationale Einbettung indizierter selbstähnlicher Partialrelationen

1. Die ausführlich in Toth (2012a) besprochene systemische Zeichenrelation

$ZR_{sys} = [[A \to I], [[[A \to I] \to A], [[[A \to I] \to A] \to I]]]$

kann man in vielfältiger Kombination sowie unter Verwendung verschiedener Indexmengen indizieren. Z.B. kann man bereits mit einer zweielementigen Indexmenge einige Haupttypen von Zeichen differenzieren (Toth 2012b). Im folgenden wird jedoch von der abstrakteren und operableren Relation relationaler Einbettungszahlen (vgl. z.B. Toth 2012c)

${}^{3}{}_{3}\,REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$,

ausgegangen.

2.1. Natürliche Zeichen

$ZR_{sys} = [[[1, c]_1 \to [1_{-1}, b]], [[[[1, c]_1 \to [1_{-1}, b]] \to A_1], [[[[1, c]_1 \to [1_{-1}, b]] \to [1_{-1}, b]_1] \to [1_{-2}, a]]]]$

2.2. Künstliche Zeichen

2.2.1. Iconische Zeichen

$ZR_{sys} = [[[1, c]_1 \to [1_{-1}, b]], [[[[1, c]_1 \to I] \to [1_{-1}, b]_2], [[[[1, c]_1 \to [1_{-1}, b]] \to [1_{-1}, b]_1] \to [1_{-2}, a]]]]$,

2.2.2. Indexikalische Zeichen

$ZR_{sys} = [[[1, c]_1 \to [1_{-1}, b]], [[[[1, c]_1 \to [1_{-1}, b]] \to [1_{-1}, b]_2], [[[A_1 \to [1_{-1}, b]] \to [1_{-1}, b]_2] \to [1_{-2}, a]]]]$,

2.2.3. Symbolische Zeichen

$ZR_{sys} = [[[1, c]_1 \to [1_{-1}, b]], [[[[1, c]_1 \to [1_{-1}, b]] \to [1_{-1}, b]_2], [[[A_1 \to [1_{-1}, b]] \to [1_{-1}, b]_2] \to [1_{-2}, a]]]]$

3.1. Emanativer Droste-Effekt (vgl. Toth 2012d)

3.1.1. In den Domänen der Abbildungen

$[[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1, c]] \Rightarrow [[[[1, c] \rightarrow [1, c]] \rightarrow [1, c]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \Rightarrow [[[[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \Rightarrow [[[[[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \Rightarrow \ldots$

3.1.2. In den Codomänen der Abbildungen

$[[[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1, c]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \Rightarrow [[[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1, c] \rightarrow [[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]]] \Rightarrow [[[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]]] \Rightarrow [[[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [[[1, c] \rightarrow [[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]]] \rightarrow [1_{-2}, a]]] \Rightarrow \ldots$.

3.2. Demanativer (absorptiver) Droste-Effekt

Sei

$^{m}{}_{n}R_{REZ} := [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], \ldots, [1_{-(n-1)}, m]_{n}]$

eine (m, n)-stellige REZ-Relation, dann gibt es folgende Absorptionstypen

$[1, a] \rightarrow [1_{-1}, b]$

$[1_{-1}, b] \rightarrow [1_{-2}, c]$

...

$[1_{-(n-2)}, (m-1)] \rightarrow [1_{-(n-1)}, m]$,

Es gibt hier also einen dreifachen Konkatenations-Zusammenhang der zueinander nicht-isomorphen Fälle

1. $[1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-n}, (m-1)]$

2. $[1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-(n-1)}, m]$

3. $[1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-(n-1)}, (m-1)]$.

Literatur

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Indizierte systemische Partialrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Absorptiver und dissolventer Droste-Effekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Permanenz als Systemöffnungsstrategie

1. Daß Systeme nicht nur abgeschlossen sind, sondern daß "Penetrationen" von einem System ins andere und selbst innerhalb von Systemen zwischen Außen und Innen auftreten, wurde bisher anhand von zahlreichen Fällen aufgewiesen (vgl. z.B. Toth 2012a-c). In Toth (2012d) war gezeigt worden, daß bei abgeschlossenen semiotischen Systemen die Strukturierung stets neue Teilsysteme des ursprünglichen Systems schafft (z.B. durch Möblierung eines Wohnungsraums), so daß der zu supponierende semiotische Strukturierungsoperator, da er die Gesetze der Extensivität, Monotonie sowie der Abgeschlossenheit erfüllt, wie ein modelltheoretischer Folgerungsoperator über dem zu strukturierenden System fungiert, so daß dieses insofern als "Theorie" aufgefaßt werden kann, als neue Systeme stets die Grenzen des ursprünglichen Systems respektieren. Informell gesagt: Bei nicht-penetrierenden Systemen schafft Strukturierung nie neue Systeme "außerhalb" der Grenzen des ursprünglichen Systems, sondern "verfeinert" oder partitioniert lediglich das vorgegebene System.

2. Neben Penetrationen werden die Grenzen von Systemen z.B. in der Mathematik durch das sog. Permanenzprinzip (vgl. Oberschelp 1976, S. 11) verletzt:

$\mathbb{N}$ Menge der natürlichen Zahlen

$\Downarrow$

$\mathbb{Z}$ Menge der ganzen Zahlen

$\Downarrow$

$\mathbb{Q}$ Menge der rationalen Zahlen

$\Downarrow$

$\mathbb{R}$ Menge der reellen Zahlen

$\Downarrow$

$\mathbb{C}$ Menge der komplexen Zahlen

In $\mathbb{N}$ können nicht alle Differenzen gebildet werden; somit muß $\mathbb{N} \to \mathbb{Z}$ erweitert werden (Einführung negativer Zahlen). In $\mathbb{Z}$ können nicht alle Divisionen durchgeführt werden; somit muß $\mathbb{Z} \to \mathbb{Q}$ erweitert werden (Einführung von Bruchzahlen). In $\mathbb{Q}$ konvergieren nicht alle Cauchy-Folgen; somit muß $\mathbb{Q} \to \mathbb{R}$ erweitert werden (Einführung irrationaler Zahlen). In $\mathbb{R}$ können nicht alle algebraischen Zahlen gelöst werden (z.B. $x^2 + 1 = 0$; Einführung der imaginären Zahlen); somit wird $\mathbb{R} \to \mathbb{C}$ erweitert.

In der Semiotik entspricht dieser Form der Systemerweiterung oder Systemöffnung durch Acquisition qualitativ neuer Gebiete und deren Integration zu immer neuen, erweiterten System die Aufhebung der Triadizitätsbeschränkung in der triadischen systemischen Relation

$$ZR^3 = [[A \to I], [[[A \to I] \to A], [[[A \to I] \to A] \to A]]]$$

mit der relationalzahligen Struktur

$$RR = [\omega, [[\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]],$$

welche z.B. der Peanozahlen-Folge (sog. doppelt fraktale Sequenz OEIS A002260)

$$PF = (1, 1, 2, 1, 2, 3, ...)$$

entspricht. Wir bekommen also z.B. auf der tetradischen Stufe

$$ZR^3 = [[A \to I], [[[A \to I] \to A], [[[A \to I] \to A] \to A], [[[[A \to I] \to A] \to I] \to A]],$$

bzw.

$$RR = [\omega, [[\omega, 1], [[\omega, 1], 1]], [[[\omega, 1], 1], 1]]$$

$$PF = (1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, ...).$$

Man beachte, daß Systemerweiterung durch Anwendung des "Permanenz-Prinzips" tatsächlich qualitativ und nicht bloß quantitativ Neues bringt, da die bei n-adischen Relationen for $n > 3$ auftretenden Interpretantenabbildungen natürlich nicht isomorph zur einen Interpretantenabbildung für den Fall $n = 3$ sind.

3. Das Permanenzprinzip beruht im Grunde auf der "positiven" Strategie, für bestehende Probleme innerhalb eines Systems dieses durch Aufzeigen von Lösungen zu erweitern. So gelangt man also in der Mathematik von den natürlichen bis zu den komplexen Zahlen. Allen diesen Systemen oder besser gesagt: Teilsystemen des Zahlenfolgensystems ist jedoch gemeinsam, daß sie auf

Assoziativ- und Kommutativgesetzen der beiden arithmetischen Basisoperationen, d.h. der Addition und der Multiplikation, basieren. Eine "negative" Strategie, das Zahlenfolgensystem über deren Teilsystem der komplexen Zahlen hinaus zu erweitern, besteht nun darin, daß man entweder nur das Assoziativ- oder Kommutativgesetz oder beide entfernt. Auf diese Weise gelangt man u.a. zu den Hamiltonschen Quaternionen und Cayleyschen Oktonionen; vgl. dazu ausführlich Toth (2007, S. 74 ff.).

Was die Semiotik betrifft, so entsprach der mathematischen Permanenzforderung die Aufhebung der Triadizitätsbeschränkung der Peirce-Benseschen Zeichenrelation. Hebt man nun auch die Trichotomozitätsbeschränkung auf, d.h. die Forderung, daß in einer Zeichenrelation der allgemeinen Form

ZR = ((x.a), ((y.b), (z.c)))

die Ordnungsbeschränkung

$a \leq b \leq c$

gilt, so könnte man diese nun vollzogene Aufhebung der 3-Stelligkeitsbindung sowohl der Triaden wie der Trichotomien mit der Aufhebung der Assoziativitäts und Kommutativität bei den hyperkomplexen Zahlen vergleichen, denn genauso wenig wie eine Zahl dadurch aufhört, Zahl zu sein, indem man sie von den beiden Restriktionen befreit, so hört auch ein Zeichen nicht auf, Zeichen zu sein, indem man es von der Triadizitäts- und der Trichotomizitätsrestriktion befreit.

Literatur

Oberschelp, Arnold, Aufbau des Zahlensystems. 3. Aufl. Göttingen 1976

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Relationale Interpenetrationen als Interpretationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Homogene und Hetetrogene REZ-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Interne Abbildungen systemischer Partialrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Semiotische Objekte, die Außen im Innen erzeugen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Kontexturüberschreitungen in REZ-Relationen I

1. Erstens war in Toth (2012a) gezeigt worden, daß die dem Anfang der OEIS-Folge A002260 entsprechende systemische triadische Zeichenrelation (in Peanozahl-Notation)

$ZR_{sysV}{}^3 = [1, [(1, 1), (1, 2), (2, 2)], [(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 3)]...],$

ein monokontexturales Fragment höherer systemischer Semiotiken darstellt

$ZR_{int}{}^4 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[1, 2], 3], 4]]]]$

$ZR_{int}{}^5 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[[1, 2], 3], 4]]], [[[1, 2], 3], 4], 5]]]]]$

$ZR_{int}{}^6 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[[1, 2], 3], 4]]], [[[1, 2], 3], 4], 5]]]], [[[[1, 2], 3], 4], 5], 6]]]]]]$, usw.

2. Zweitens war in Toth (2012b) gezeigt worden, daß man die den 9 dyadischen semiotischen Partialrelationen der Peirce-Benseschen Zeichenrelation entsprechenden relationalen Einbettungszahlen (REZ)

$[1, 1]$	$[1, 2]$	$[1, 3]$
$[1_{-1}, 1]$	$[1_{1}, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_{-2}, 2]$	$[1_{-2}, 3]$,

wie folgt in einem 3-stufigen Zahlensystem darstellen kann

n-2	$[1_{-2}, 1]$	<	$[1_{-2}, 2]$	<	$[1_{-2}, 3]$
n-1	$[1_{-1}, 1]$	<	$[1_{-1}, 2]$	<	$[1_{-1}, 3]$
n	$[1, 1]$	<	$[1, 2]$	<	$[1, 3]$.

Da jedoch jeder REZ der Form REZ = $[m, {}_{n}]]$ die Struktur

$S_{REZ} = \{[a, b], [b, a], [a_{-(a-1)}, b], [b, a_{-(a-1)},]\}$

"inhäriert", bedeutet das, daß auch jede REZ in 4 semiotischen "Sorten" auftritt. Da die ersten zwei Sorten nichts anderes sind als die Peanozahl-Darstellungen (sowie deren Konversen) der numerischen, von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen, gibt es also nicht etwa 4, sondern insgesamt nur zwei 3-stufige Systeme in einem triadisch-trichotomischen REZ-System:

n-2	$[1, 1_{-2}]$	$<$	$[2, 1_{-2}]$	$<$	$[3, 1_{-2}]$
n-1	$[1, 1_{-1}]$	$<$	$[2, 1_{-1}]$	$<$	$[3, 1_{-1}]$
n	$[1, 1]$	$<$	$[1, 2]$	$<$	$[1, 3]$.

Ferner gibt es ein drittes REZ-System, wenn man auch die transformationellen REZ, die in als Paare von REZ definierbar sind, in der Form

$[[a, b], [b, a]]$	$[a, b], [a_{-(a-1)}, b]]$	$[[a, b], [b, a_{-(a-1)},]]$
—	$[[b, a], [a_{-(a-1)}, b]]$	$[[b, a], [b, a_{-(a-1)}]]$
—	—	$[[a_{-(a-1)}, b], [b, a_{-(a-1)}]]$

anordnet.

3. Drittens wurde kürzlich gezeigt (Toth 2012c), daß theoretisch jede systemische semiotische Partialrelation andere, und zwar nicht nur gleich-, sondern auch nieder- oder höherstellige Partialrelationen wegen des für diesen Relationstypen geltenden inversen Droste-Effekts absorbieren kann:

1. äquivalente Absorption (H = T)

z.B. $\downarrow[[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_n] \Rightarrow [[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_n]_H$

2. minuvalente Absorption (H < T)

z.B. $\downarrow[[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_{n-1}] \Rightarrow [[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_{n-1}]_H$

3. plurivalente Absorption (H > T)

z.B. $\downarrow[[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_{n+1}] \Rightarrow [[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_{n+1}]_H$

4. Es scheint mir somit gute Gründe dafür zu geben, die n-stufigen Einbettungen in systemischen semiotischen Relationen als (vielleicht zunächst auch nur Mono-) Kontexturen aufzufassen und die durch "parasitäre" Einbettungen

verursachten systemischen (sowie kategorialen) Absorptionen im Sinne von kontexturellen Transgressionen zu interpretieren. Da man natürlich die Hausdorff-Besicovitch-Dimensionen in den drei oben gegebenen absorptiven Haupttypen ohne konkrete Werte für die A und die I einzusetzen, nicht bestimmen kann, kann man daher aber vielleicht die kontexturellen Vereinigungen, wie sie bei den Absorptionen entstehen, in einer von Rudolf Kaehr vorgeschlagenen Notation wie folgt darstellen

1. äquivalente Absorption (H = T): $H = |\sqcup_{n, n}| = |\sqcup_n|$

2. minuvalente Absorption (H < T) : $H = |\sqcup_{n, (n-1)}|$

3. plurivalente Absorption (H > T) : $H = |\sqcup_{n, n+1}|$

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Die systemische Zeichenrelation als morphogrammatisches Fragment. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Sorten und Stufen bei relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Dimensionsbrechung bei parasitären systemischen Partialrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Kontexturüberschreitungen in REZ-Relationen II

1. In der in Toth (2012a) eingeführten REZ-Matrix

$$\begin{array}{lll} [1, 1] & [1, 2] & [1, 3] \\ [1_{-1}, 1] & [1_{1}, 2] & [1_{-1}, 3] \\ [1_{-2}, 1] & [1_{2}, 2] & [1_{-2}, 3], \end{array}$$

gilt allgemein

$[1_{-a}, b] = [a(+1), b]$

und daher

$\times[1_{-a}, b] = [b, a(+1)]$.

Nimmt man also, wie im ersten Teil dieser Untersuchungen (Toth 2012b) vorgeschlagen, die Einbettungen im Sinne von (evtl. Mono-)Kontexturen, dann würde also die REZ-Triade in Austauschrelation stehen mit einer in einer anderen Kontextur liegenden Trichotomie! Das wird noch deutlicher durch die folgende Definition von REZ-Zahlen als Mengen von Triaden und Trichotomien

$[a, b] := \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$,

dann gehört nämlich ein semiotischer Wert, d.h. entweder eine Triade oder eine Trichotomie, gleichzeitig der Einbettungsstufe –(a-1) und a an. Eine Verschärfung dieser bemerkenswerten Eigenschaft ergibt sich durch die funktionale Definition semiotischer relationaler Einbettungszahlen

$F = [[m_{(i+1)}, n_{-(i-2)}], [m_{i}, n_{-(i-1)}]]$,

denn ganz egal, ob man ein n oder ein m als Triade oder Trichotomie bestimmt (bzw. vice versa), nun gehören beide semiotischen Werte (mindestens) zwei verschiedenen Kontexturen an.

2. Die große Frage ist nur: sind es wirklich Kontexturen im Sinne der Günther-Kaehrschen Polykontexturalitätstheorie, mit denen wir es hier in der Semiotik zu tun haben, oder liegt – wie bereits in Toth (2012b) angedeutet, einfach eine

Hierarchie von Monokontexturen vor, die jedoch nicht in einem polykontexturalen, zugleich hierarchischen und heterarchischen "Verbundsystem" distribuiert sind, ähnlich etwa den Stufen und Typen in der Russell-Whiteheadschen Logik? Betrachtet man nun die (im folgenden natürlich nur angedeutete) vollständige REZ-Relation, von denen wir oben einige Teilrelationen betrachtet haben

$REZ^n{}_m = [[m_{(i+1)}, n_{-(i-2)}], [m_i, n_{-(i-1)}]], [[m_{(k+1)}, n_{-(k-2)}], [m_k, n_{-(k-1)}]]...],$

so scheint jedenfalls nichts dagegen zu sprechen, die eingebetteten Partialrelationen im Sinne des spezifisch für die Semiotik von Kaehr (2008) entwickelten Verfahrens im Sinne der Polykontexturalitätstheorie zu kontexturieren; allgemein:

$REZ^n{}_m = [[m_{(i+1)}, n_{-(i-2)}]_\alpha , [m_i, n_{-(i-1)}]_\beta]_\gamma, [[m_{(k+1)}, n_{-(k-2)}]_\delta, [m_k, n_{-(k-1)}]_\varepsilon]...]_\omega,$

Wir sollten also vielleicht besser von "Relativierung" in Bezug auf die Einbettung sprechen und den Begriff "Kontexturaliserung" für die Kaehrschen Kontexturen reservieren. Daß man monokontexturalisieren kann, ist bekannt, aber man kann nun auch "de-relativieren", indem man nämlich die Einbettungsdimensionen der REZ ebenfalls auf Peano-Zahlen abbildet; dadurch koinzidiert $REZ^n{}_m$ mit der zahlentheoretischen Folge OEIS A002260:

$ZR_{sysV}{}^3 = [1, [(1, 1), (1, 2), (2, 2)], [(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 3)]...],$

und man bemerkt, daß die Folge der von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen eine "de-relativierte" Teilfolge von $ZR_{sysV}{}^3$ darstellt, ebenso wie die folgenden "de-relativierten" (m, n)-stelligen Teilfolgen mit $n_{-i} >$ für $i > 3$:

$ZR_{int}{}^4 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[1, 2], 3], 4]]]]$

$ZR_{int}{}^5 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[[1, 2], 3], 4]]], [[[1, 2], 3], 4], 5]]]]]$

$ZR_{int}{}^6 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[[1, 2], 3], 4]]], [[[1, 2], 3], 4], 5]]]], [[[[1, 2], 3], 4], 5], 6]]]]]], usw.$

3. Kontexturiert man also relationale Einbettungszahlen in der oben wiedergegebenen Kaehrscher Form, dann hat man für $n_{-i} >$ für $i = 3$, d.h. dem REZ-

Äquivalent der Benseschen "kleinen semiotischen Matrix" z.B. für 4 Kontexturen

$[1, 1]_{1,3,4}$ $[1, 2]_{1,4}$ $[1, 3]_{3,4}$

$[1_{-1}, 1]_{1,4}$ $[1_{1}, 2]_{1,2,4}$ $[1_{-1}, 3]_{2,4}$

$[1_{-2}, 1]_{3,4}$ $[1_{-2}, 2]_{2,4}$ $[1_{-2}, 3]_{2,3,4}$

Ein Problem bieten dann allerdings die in Toth (2012c) dargestellten semiotischen Sorten, in welche die relationalen Einbettungen eingegliedert und innerhalb derer sie natürlich nur bei vorausgesetzter Monokontexturalität linear geordnet werden können:

Sorte 1:

$$\begin{array}{lccccc}
n-2 & [1_{-2}, 1] & < & [1_{-2}, 2] & < & [1_{-2}, 3] \\
 & \wedge & & \wedge & & \wedge \\
n-1 & [1_{-1}, 1] & < & [1_{-1}, 2] & < & [1_{-1}, 3] \\
 & \wedge & & \wedge & & \wedge \\
n & [1, 1] & < & [1, 2] & < & [1, 3].
\end{array}$$

Sorte 2:

$$\begin{array}{lccccc}
n-2 & [1, 1_{-2}] & < & [2, 1_{-2}] & < & [3, 1_{-2}] \\
 & \wedge & & \wedge & & \wedge \\
n-1 & [1, 1_{-1}] & < & [2, 1_{-1}] & < & [3, 1_{-1}] \\
 & \wedge & & \wedge & & \wedge \\
n & [1, 1] & < & [1, 2] & < & [1, 3].
\end{array}$$

Sorte 3 (transformationelles System, basierend auf Paaren von REZ):

[[a, b], [b, a]]	<	[a, b], [$a_{-(a-1)}$, b]]	<	[[a, b], [b, $a_{-(a-1)}$,]]
		$\wedge$		$\wedge$
—		[[b, a], [$a_{-(a-1)}$, b]]	<	[[b, a], [b, $a_{-(a-1)}$]]
				$\wedge$
—		—	<	[[$a_{-(a-1)}$, b], [b, $a_{-(a-1)}$]]

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kaehr, Rudolf, Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

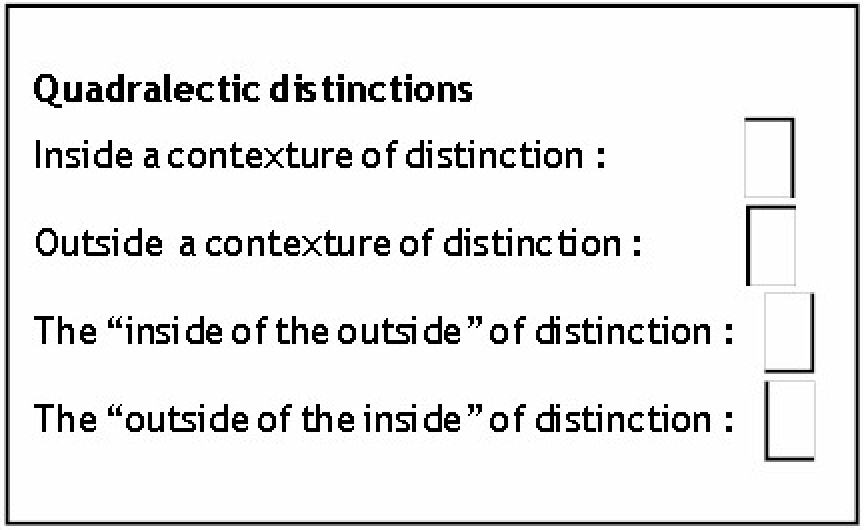
Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Kontexturüberschreitungen in REZ-Relationen I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Sorten und Stufen bei relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Zum Rand von Zeichen und Objekt

1. Wie in Toth (2012a) gezeigt worden war, kann man die "quadralektischen" systemischen Funktionen in der folgenden Bestimmung von Rudolf Kaehr (2011, S. 12)



nach meinem in Toth (2011) gegebenen Vorschlag wie folgt auf die semiotischen Funktionen (vgl. Walther 1979, S. 113 ff.) abbilden:

Mittelbezug (M):	$[A \rightarrow I] := I$
Objektbezug (O):	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$
Interpretantenbezug (J):	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$
Qualität (Q)	$[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$.

Man bemerkt also, daß "Quadralexis" (wie aus dem Namen natürlich nicht anders zu erwarten [auch wenn er korrekt "Tetralexis" lauten müßte!]) eine mindestens 4-stellige Zeichenrelation voraussetzt. Trotzdem ist es natürlich möglich, auch die Peirce-Bensesche triadische Zeichenrelation in quadralektische Notation zu transformieren:

$ZR_{sys} = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]] \Rightarrow (I, (A, I(A))$

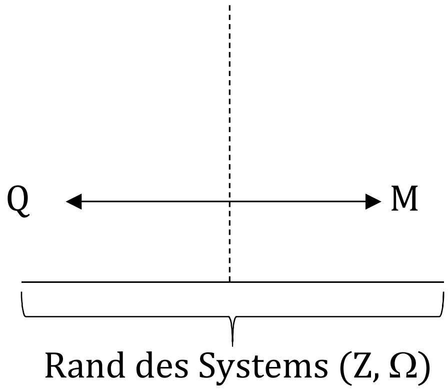
2. In Kaehrs suggestiv gewählten Symbolen machen also die beiden "Distinktionen" I(A) und A(I) den RAND zwischen den inneren und den äußeren Punkten des Zeichen-Objektsystems aus; wenn man die beiden Distinktionen

zusammenschreibt, ergibt sich $\perp$, dessen horizontaler Strich die Kontexturgrenze zwischen Außen und Innen symbolisiert und dessen durchgehender vertikaler "Sockel" symbolisiert, daß Außen und Innen trotz aufweisbarer Kontexturgrenze in Bezug auf den Rand nicht diskret separierbar sind. Und genau dies kommt nun durch die Bestimmung

Mittelbezug (M): $[A \rightarrow I] := I$
Qualität (Q) $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$,

d.h. $M° = Q; Q° = M$

zum Ausdruck. Bestimmen wir im Einklang mit Bense (1952, S. 80), daß die Nichtsthematik ein Teil der Seinsthematik (und nicht umgekehrt) ist, so bedeutet dies semiotisch (wiederum in Einklang mit Bense, loc. cit.), daß das Zeichen in die Objektwelt eingebettet ist bzw. in abbildungstheoretischer oder funktionaler Abhängigkeit von dieser steht, denn nach Bense (1967, S. 9) ist ein Zeichen ja ein Metaobjekt, d.h. daß das Objekt dem Zeichen vorgegeben sein muß. Somit ist aber die Bestimmung des Zeichens als Menge der inneren Punkte und die Bestimmung des Objekts als Menge der äußeren Punkte des durch den Rand geteilten topologischen Raumes unzureichend: DER RAND PARTIZIPIERT VIELMEHR AN BEIDEN TEILRÄUMEN, und genau diese Partizipation wird durch das Konversionsverhältnis von M und Q bzw. symbolisch durch den "Sockel" in $\perp$ zum Ausdruck gebracht. Es ist somit unzuläßig – wie dies in der Semiotik bisher fast durchwegs geschehen ist –, die qualitative "Nullstufe" bzw. "Zeroness" (vgl. dazu bereits Bense 1975, S. 65 f.) außerhalb des "semiotischen Raumes" und somit innerhalb eines "ontologischen Raumes" anzusiedeln, denn nur eine Konversionsoperation trennt M und Q voneinander – was von innen M ist, ist von außen Q, und was von innen Q ist, ist von außen M – Q gibt nur den Standpunkt des Beobachters des Systems an, oder, was formal dasselbe, ist: die "Verortung" der triadischen Restrelation einer tetradischen semiotischen Relation an (wobei der Begriff "Restrelation" völlig korrekt ist, da die 0-adische Relation nicht in die triadisch-verschachtelte Zeichenrelation eingebettet ist):



Die im obigen Diagramm skizzierte doppelte Abbildung $\leftrightarrow$ kann daher als PARTIZIPATIVE AUSTAUSCHRELATION bestimmt werden. Damit ist also gerade auch die nächste Frage beantwortet, welche Werte die "Nullheit" in einer um sie erweiterten semiotischen Relation

$ZR^4 = (0.a, (1.b, (2.c, 3.d)))$

bzw.

$ZR^4_{sys} = [[I \rightarrow A][A \rightarrow I], [[[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]] \Rightarrow$
$(A(I), (I, (A, I(A)))$

annehmen kann. Da $[A \rightarrow I] := (1.b)$ mit $b \in \{1, 2, 3\}$ ist, ist natürlich wegen $(0.a) = [A \rightarrow I]°$ auch $a \in \{1, 2, 3\}$, d.h. die bereits von Götz (1982, S. 4, 28) vorgeschlagene "trichotomische" Unterteilung der Nullheit (von Götz "Sekanz", "Semanz" und "Selektanz" genannt), ist völlig richtig. Das 3-stufige semiotische Zahlensystem der triadischen Zeichenrelation (vgl. zuletzt Toth 2012b) geht dadurch über in ein 4-stufiges:

3.heit $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$

2.heit $[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$

1.heit $[A \rightarrow I]$

0.heit $[I \rightarrow A]$,

und die zugehörigen numerischen und "quadralektischen" Matrizen sind:

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

	└	┘	┌	┐
└	└└	└┘	└┌	└┐
┘	┘└	┘┘	┘┌	┘┐
┌	┌└	┌┘	┌┌	┌┐
┐	┐└	┐┘	┐┌	┐┐

Für die Dualisation gilt also:

(× └) = (×.0.) = ┘ = (.1.), d.h. └ × ┘

(× ┌) = (×.2.) = ┐ = (.3.), d.h. ┌ × ┐ ,

das bedeutet jedoch, daß wir also auch innerhalb der Menge der INNEREN Punkte, d.h. in der Nichtsthematik der Semiotik, eine partizipative Austauschrelation haben, und zwar zwischen Objekt- und Interpretantenbezug. Damit stehen also paarweise (Q ↔ M) sowie (O ↔I) in partizipativem Austausch. Wenn wir nun von Benses "verschachtelter" triadischer Zeichenrelation (Bense 1979, S. 53)

ZR = (M → ((M → O) → (O → I)))

ausgehen, so folgt daraus, daß, obwohl Q als Nullheit per se nicht in die triadische Restrelation der tetradischen Zeichenrelation einbettbar ist, Q nun doch, und zwar qua eingebettete Abbildungen der Partialrelationen der triadischen Restrelation, sozusagen durch die Hintertür in der letzteren eingebettet wird; das folgt direkt aus den partizipativen Austauschrelationen sowie aus der Transitivität der triadischen Abbildungen. Daraus folgt allerdings nicht, daß die Nullheit damit sozusagen am Anfang einer hierarchischen Verschachtelung steht, oder anders gesagt: die tetradische Zeichenrelation läßt nicht, oder wenigstens nicht ohne weiteres, auf die Peano-Zahlenfolge (0, 1, 2, 3) abbilden, da diese, tetradisch-semiotisch interpretiert, auch (1, 0, 2, 3), (1, 2, 0, 3) oder (1, 2, 3, 0) sein könnte.

Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer sicht. Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Qualität als Positionierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Sorten und Stufen bei relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Sprünge in systemischen semiotischen Abbildungen

1. Die in Toth (2012a) eingeführte systemische Zeichenrelation in der abbildungstheoretischen Notation

$ZR_{sys} = [[A_2 \rightarrow I], [[[A_2 \rightarrow I] \rightarrow A_1], [[[A_2 \rightarrow I] \rightarrow A_1] \rightarrow I]]]$

bzw. in der Notation in der Form der sog. relationalen Einbettungszahlen (REZ)

${}^{m}{}_{n}R_{REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]], ..., [_{n}\, 1_{-(n-1)}, m]]...]$

kann zwar, wie seither gezeigt, durch Einbettung von partiellen Semiosen und Retrosemiosen, emanativen und "demanativen" Droste-Effekten, Indizierungen usw. vielfach modifiziert werden, aber bisher wurde an der "Peanohaftigkeit" der beiden Relationen unterliegenden Zahlenfolge

OEIS A002260 = $[\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 2]], [[\omega, 1], 2], 3]]] ...]$

nichts verändert, d.h. die Selbstähnlichkeit ihrer Teilglieder wurde ungestört belassen.

2. Das ändert sich jedoch schlagartig, wenn man von den streng linearen semiotischen Matrixdekompositionen des Typs (vgl. Kaehr 2009, S. 21)

$$SR^{1}{}_{(1,2,3)} = \begin{bmatrix} (1.1)_{1.3} & \longrightarrow & (1.2)_{1} & \longrightarrow & (1.3)_{3} \\ \downarrow & x & \downarrow & x & \downarrow \\ (2.1)_{1} & \longrightarrow & (2.2)_{1.2} & \longrightarrow & (2.3)_{2} \\ \downarrow & x & \downarrow & x & \downarrow \\ (3.1)_{3} & \longrightarrow & (3.2)_{2} & \longrightarrow & (3.3)_{2.3} \end{bmatrix}$$

übergeht zu weiteren möglichen Dekompositionstypen, wie sie Rudolf Kaehr bereits 2009 aufgezeigt hatte.

1. Kann man die "systemische" Zahlenfolge dadurch variieren, daß man sie nicht bei 1 bzw. 0 beginnen läßt:

$$SR^2{}_{(3,4,5)} = \begin{bmatrix} (3.3)_{1.3} & \rightarrow & (3.4)_1 & \rightarrow & (3.5)_3 \\ \downarrow & x & \downarrow & x & \downarrow \\ (4.3)_1 & \rightarrow & (4.4)_{1.2} & \rightarrow & (4.5)_2 \\ \downarrow & x & \downarrow & x & \downarrow \\ (5.3)_3 & \rightarrow & (5.4)_2 & \rightarrow & (5.5)_{2.3} \end{bmatrix}$$

Semiotisch liegt in diesem Fall sehr wohl eine Form von "Sprung" vor, bes. dann, wenn man, wie zuletzt in Toth (2012b) vorgeschlagen, eine tetradische Semiotik mit Nullheit (im Anschluß an Bense 1975, S. 65 f.) annimmt. Dann befinden sich nämlich zwischen der Nullheit und der Drittheit zwei semiotische Sprünge. Ansonsten ist die obige Dekompositionsmatrix jedoch streng linear, d.h. "sprungfrei".

2. Sprünge sensu proprio liegen natürlich dann vor, wenn in ${}^{m}{}_{n}R_{REZ} =$ [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]], ..., [$_n$ $1_{-(n-1)}$, m]]...] die Variablen n oder m nicht linear geordnet sind. Dies ist in der folgenden Matrix, die wiederum aus Kaehr (2009) stammt, zwar nicht in den Trichotomien, aber in den Triaden der Fall:

$$SR^3{}_{(1,2,4)} = \begin{bmatrix} (1.1)_{1.3} & \rightarrow & (1.2)_1 & \rightarrow & (1.4)_3 \\ \downarrow & x & \downarrow & x & \downarrow \\ (3.1)_1 & \rightarrow & (3.2)_{1.2} & \rightarrow & (3.4)_2 \\ \downarrow & x & \downarrow & x & \downarrow \\ (4.1)_3 & \rightarrow & (4.2)_2 & \rightarrow & (4.4)_{2.3} \end{bmatrix}$$

Natürlich kann Matrizen wie die zuletzt gegebene sehr leicht in eine solche mit Sprüngen in den Trichotomien, nicht aber in den Triaden verwandeln; dies geschieht im Anschluß an Bense (1986, S. 43) durch Transposition der Matrix oder formalsemiotisch durch Dualisierung von Repräsentationsthematiken. Da im obigen Kaehrschen Beispiel die Subzeichen jedoch kontexturiert sind, funktioniert dies jedoch u.U. nicht, da man theoretisch auch die Ordnung der mehrstelligen Kontexturenzahlen invertieren kann. Selbstverständlich ist es aber auch möglich, ausgehend von der ersten, "normalen" Matrix, zahlreiche Matrizen zu konstruieren, bei denen sich sowohl in den Triaden als auch in den Trichotomien – bzw. für höherstellige Repräsentationssysteme: sowohl in den n-aden als auch in den n-tomien Sprünge finden. In diesem Fall hängt natürlich die semiotische Interpretation solcher Matrizen davon ab, wie man für mindestens tetradische Semiotiken die über die Drittheit der Peirce-Benseschen Zeichenrelation hinaus gehenden Kategorien interpretiert. Tut man dies in nahe liegender Weise z.B. durch die Einführung zusätzlicher Interpretanten, dann könnte man z.B. die unterschiedliche Verwendung von Zeichen in verschieden gegliederten Sprechergemeinschaften auf diese Weise darstellen, usw.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen, I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Das semiotische Fadenkreuz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Gerichtete Systeme

1. Zeichen bilden natürlich nur innerhalb des vollständigen (semiosischen) (ZR, Ω)-Systems ein System, obwohl man natürlich auch Zeichenrelationen allein mit Hilfe der Systemtheorie untersuchen kann (wir hatten das in früheren Arbeiten getan). Der Grund dafür liegt darin, daß innerhalb der zweiwertigen aristotelischen Logik eine Kontexturgrenze zwischen ZR und Ω verläuft, die dafür verantwortlich ist, daß beide Glieder der ontisch-semiotischen Basisdichotomie einander transzendent sind. Somit bieten sich für eine systemtheoretische Semiotik die von Bense ap. Walther (1979, S. 122 f.) eingeführten sog. semiotischen Objekte, die wir in Zeichenobjekte und Objektzeichen unterteilt hatten (vgl. Toth 2008) an, da sie ja immer durch eine mehr oder weniger symphysische Relation zwischen ihrem Zeichen- und Objektanteil ausgezeichnet sind.

2. Semiotische Objekte waren in Toth (2012a) wie folgt systemisch definiert worden:

$ZR = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow A]]]$

$\{Q_i\} = \{[A \rightarrow I]^{-1}\} = \{[A \rightarrow I]\}$

$\{\Omega_i\} = \{[A \rightarrow [I \rightarrow A]]\}$

$d = 1$ gdw $f(([[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow A]]]), (\{[A \rightarrow I]\}_i)) = 0$ oder $f(([[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow A]]]), (\{[A \rightarrow [I \rightarrow A]]\}_i)) = 0$; sonst $d = 0$.

Entsprechend für σ (vgl. Def. in Toth 2012a).

$o = 1$ gdw $f(x, (\{[A \rightarrow [I \rightarrow A]]\}_i)) \neq 0$ und sonst $o = 0$, wobei $x \in \{ZR, \{Q_i\}, \{\Omega_i\}\}$

$s = 1$ gdw $f(x, (\{[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]\}_i)) \neq 0$ und sonst $s = 0$, wobei $x \in \{ZR, \{Q_i\}, \{\Omega_i\}\}$.

ZR kann entweder als vollständige triadische Relation gerichtet sein – jede 3-stellige Relation kann durch 6 Permutationen dargestellt werden -, oder es können einzelne ihrer Partialrelationen gerichtet sein. Ferner kann innerhalb der Basisdyaden einer triadischen Relation entweder nur der triadische, nur der trichotomische oder es können beide Werte gerichtet sein. Da nun auch die $\{Q_i\}$ und die $\{\Omega_i\}$ auf dem ontisch-semiotischen System der Partialrelationen definiert sind, wie es in Toth (2012b) gegeben worden war

$[A \to I]$	$[I \to A]$
$[[A \to I] \to A]$	$[A \to [I \to A]]$
$[[A \to I] \to A] \to I]]$	$[I \to [A \to [I \to A]]$
Zeichen	Objekt

(Z, Ω)-System

und da deren systemische Basisrelation $[A \to I]$ sowie deren Konverse $[A \leftarrow I]$ ist, korrespondiert die Gerichtetheit dieser Basisrelation und ihrer Konverse derjenigen der semiotischen Monaden. Wir haben also die zweimal zwei möglichen Fälle

$[A \to I]^{\to}$, $[A \to I]^{\leftarrow}$

$[A \leftarrow I]^{\to}$, $[A \leftarrow I]^{\leftarrow}$.

Ferner entspricht somit die Gerichtetheit der einfach zusammengesetzten systemischen Abbildungen derjenigen der semiotischen Dyaden, d.h. zusätzlich zu den soeben gegebenen kommen noch die Fälle

$[[A \to I] \to A]^{\to}$, $[[A \to I] \to A]^{\leftarrow}$

$[[A \to I] \to A]^{\to}$, $[[A \to I] \to A]^{\leftarrow}$

dazu. Natürlich entsprechen dann die doppelt zusammengesetzten systemischen Abbildungen (die somit den Einbettungsstufen 2. Grades bei den relationalen Einbettungszahlen entsprechen; vgl. Toth 2012c) den semiotischen Triaden, d.h. wir haben

$[[A \to I] \to A] \to I]]^{\to}$, $[[A \to I] \to A] \to I]]^{\leftarrow}$

$[I \to [A \to [I \to A]]^{\to}$, $[I \to [A \to [I \to A]]^{\leftarrow}$.

(Ich weise erneut darauf hin, daß nur bei systemischen Abbildungen, welche der 0. Stufe der ihnen korrespondierenden relationalen Einbettungszahlen entsprechen, die Konverse mit ihrer Dualen isomorph ist!).

Davon abgesehen, daß, praktisch gesehen, Systeme entweder durch Zeichen, Objekte oder Subjekte bzw. durch kombinierte Anwendung dieser drei Bestimmungsstücke der Definition eines semiotischen Objektes "gerichtet" werden können, möchte ich abschließend an die frühe architektonische Vorwegname der Idee der Ausrichtung von Systemen durch Bruno Tauts Konzept der "Stadtkrone" erinnern (Taut 1919).

Literatur

Taut, Bruno, Die Stadtkrone. Jena 1919

Toth, Alfred, Zeichenobjekte und Objektzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Zur Systemik semiotischer Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Relationalzahl-Arithmetik semiotischer Objekte

1. Daß eine "Arithmetik" von Nummern (vgl. Toth 2012a) und anderen semiotischen Objekten (vgl. z.B. Toth 2012b, c) natürlich nicht den Gesetzen der klassischen, quantitativen Arithmetik folgt, dürfte vorab klar sein, da z.B. Nummern qualitativ-quantitative bzw. quantitativ-qualitative Zahlen sind, die wir auch "Zeichenzahlen" genannt hatten. Wir wollen daher versuchen, die in Toth (2012d) zur Klassifikation semiotischer Objekte aufgestellten Beziehungen mit Hilfe der in Toth (2012e) definierten systemischen Abbildungen einerseits sowie den sog. relationalen Einbettungszahlen andererseits darzustellen.

2.1. Teilarithmatik des Zeichenanteils (ZA)

$ZR = [[A \to I], [[[A \to I] \to A], [[[A \to I] \to A] \to A]]] = [\omega^{-1}, \omega, [[\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]] = ((a, 1), (1, a), ((1_{-1}, b), (1_{-2}, c)))$.

$\{Q_i\} = (\{[A \to I]^{-1}\} = \{[I \to A]\}) = (\{\omega^{-1}{}_i\})$.

2.2. Teilarithmetik des Objektanteils (OA)

$\{\Omega_i\} = \{[A \to [I \to A]]\} = \{[\omega, 1]\} = \{(1_{-1}, b)\}$.

2.3. Teilarithmetik der Abbildungen (ZA ⇄ OA)

2.3.1. Objektabhängigkeit (o)

$o = 1$ gdw $f(([[I \to A], [[A \to I] \to A]]) = f([\omega^{-1}{}_i], [\omega, 1]) = f(\{(a, 1)_i\}, (1_{-1}, b)) = 0$ oder $f(([[A \to [I \to A]], [[A \to I] \to A]]) = f([1, \omega]^{-1}{}_i, [\omega, 1]) = f(\{(b, 1_{-1})_i\}, (1_{-1}, b)) = 0$; sonst $d = 0$.

2.3.2. Subjektabhängigkeit (s)

$s = 1$ gdw $f(([[I \to A], [[[A \to I] \to A] \to I]]) = f([\omega^{-1}{}_i], [[\omega, 1], 1]) = f(\{(a, 1)_i\}, (1_{-2}, c)) = 0$ oder $f(([[A \to [I \to A]], [[[A \to I] \to A] \to I]) = f([1, \omega]^{-1}{}_i, [[\omega, 1], 1]) = f(\{(b, 1_{-1})_i\}, (1_{-2}, c)) = 0$; sonst $s = 0$.

Objekt- und Subjektabhängig involvieren natürlich Funktionen zwischen allen Komponenten eines Zeichenobjekts oder Objektzeichens, so lange ein Objekt oder ein Subjekt einer der abhängigen Variablen darstellt, d.h. es kommen die folgenden Partialrelationen für o und s in Frage: (δσ), (δo), (δs); (σo), (σs); (δσo), (δσs), (σos) und natürlich (δ, σ, o, s).

Literatur

Toth, Alfred, Zur Referenz von Nummern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, An der Grenze von Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, An der Grenze von konkreten Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Gerichtete Systeme II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

Objekt- und Subjektabhängigkeit

1. Bei semiotischen Objekten, d.h. Zeichenobjekten und Objektzeichen, können sowohl deren Zeichen- als auch deren Objektteil in mehrerer Hinsicht objekt- oder subjektabhängig oder sowohl objekt- als auch subjektabhängig sein. Z.B. ist ein Wegweiser sowohl vom Objekt seines Zeichenträgers (z.B. einer Stange) als auch von seinem referentiellen Objekt (dem Ort, auf den er weist) abhängig. Eine Prothese ist ein Objekt, das nach einem anderen Objekt und für mindestens ein Subjekt gestaltet ist. Eine Kleidergröße ist sowohl vom Subjekt des Kleiderherstellers (der die Kleider hinblicklich ihrer Größen vorsortiert) als auch vom Subjekt des Kleiderkäufers (der die Kleider hinblicklich ihrer Größen selektiert) abhängig, usw. Nach dem DSO-Schema für semiotische Objekte müssen mindestens die Partialrelationen (δσ), (δo), (δs); (σo), (σs); (δσo), (δσs), (σos) und natürlich (δ, σ, o, s) unterschieden werden (Toth 2012a).

2. Was die Arithmetik semiotischer Objekte betrifft (vgl. Toth 2012b), so sind die allgemeinen Abbildungen für Objektabhängigkeit (o):

$o = 1$ gdw $f(([[I \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A]]) = f([\omega^{-1}{}_i], [\omega, 1]) = f(\{(a, 1)_i\}, (1_{-1}, b)) = 0$ oder $f(([[A \rightarrow [I \rightarrow A]], [[A \rightarrow I] \rightarrow A]]) = f([1, \omega]^{-1}{}_i, [\omega, 1]) = f(\{(b, 1_{-1})_i\}, (1_{-1}, b)) = 0$; sonst $d = 0$.

und für Subjektabhängigkeit (s):

$s = 1$ gdw $f(([[I \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]) = f([\omega^{-1}{}_i], [[\omega, 1], 1]) = f(\{(a, 1)_i\}, (1_{-2}, c)) = 0$ oder $f(([[A \rightarrow [I \rightarrow A]], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]) = f([1, \omega]^{-1}{}_i, [[\omega, 1], 1]) = f(\{(b, 1_{-1})_i\}, (1_{-2}, c)) = 0$; sonst $s = 0$.

Wenn wir uns auf die Notation relationaler Einbettungszahlen (vgl. Toth 2012c) festlegen, haben wir zunächst natürlich $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ und bekommen somit, falls nur 1 Objekt vorliegt, durch simples Einsetzen

für Objektabhängigkeit vom Zeichenträger:

$y_1 = f(\{(1, 1)\}, (1_{-1}, 1))$

$y_2 = f(\{(1, 1)\}, (1_{-1}, 2))$

$y_3 = f(\{(1, 1)\}, (1_{-1}, 3))$

...

$y_{27} = f(\{(3, 1)\}, (1_{-1}, 3))$

für Objektabhängigkeit vom referentiellen Objekt:

$y_1 = f(\{(1, 1_{-1})\}, (1_{-1}, 1))$

$y_2 = f(\{(1, 1_{-1})\}, (1_{-1}, 2))$

$y_3 = f(\{(1, 1_{-1})\}, (1_{-1}, 3))$

...

$y_{27} = f(\{(3, 1_{-1})\}, (1_{-1}, 3))$

für Subjektabhängigkeit vom Zeichenträger:

$y_1 = f(\{(1, 1)\}, (1_{-2}, 1))$

$y_2 = f(\{(1, 1)\}, (1_{-2}, 2))$

$y_3 = f(\{(1, 1)\}, (1_{-2}, 3))$

...

$y_{27} = f(\{(3, 1)\}, (1_{-2}, 3))$

für Subjektabhängigkeit vom referentiellen Objekt:

$y_1 = f(\{(1, 1_{-1})\}, (1_{-2}, 1))$

$y_2 = f(\{(1, 1_{-1})\}, (1_{-2}, 2))$

$y_3 = f(\{(1, 1_{-1})\}, (1_{-2}, 3))$

...

$y_{27} = f(\{(3, 1_{-1})\}, (1_{-2}, 3))$

Literatur

Toth, Alfred, Gerichtete Systeme II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationalzahl-Arithmetik semiotischer Objekte I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

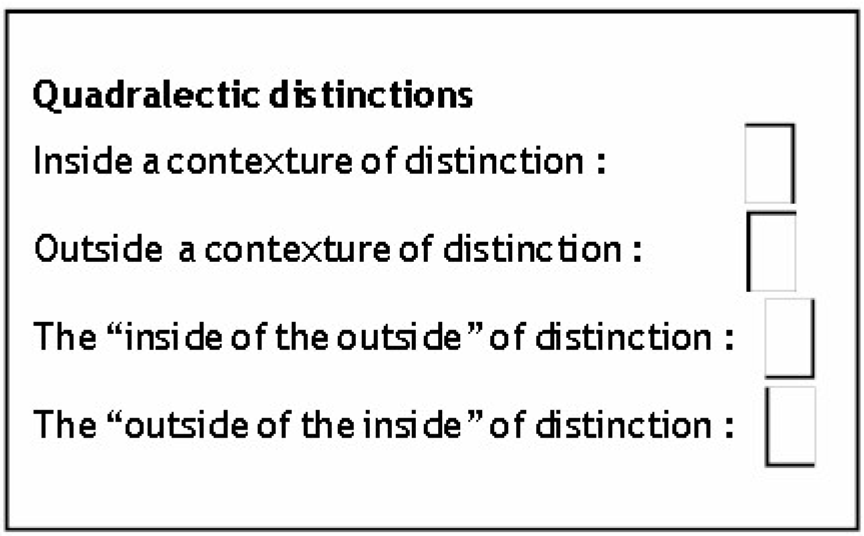
Bivalenz und Tetravalenz

1. Wie zuletzt in Toth (2012a, b) gezeigt, weisen die logischen Semiotiken von Albert Menne (Menne 1992, S. 39 ff.) und von Georg Klaus (1965, 1973) als zentrale Gemeinsamkeit auf, daß sie auf einem Axiom der Isomorphie von Zeichen und Objekt bzw. von Signifikanten- und Signifikatsseite des Zeichens basieren, das eine direkte Konsequenz der zweiwertigen Logik darstellt. In einer solchen Semiotik fallen Abstraktionsklassenbildung und Superisation zusammen (vgl. Toth 2012c), d.h. der Weg vom konkreten zum abstrakten Zeichen und weiter zu einer theoretisch unendlichen Hierarchie von Superzeichen geschieht durch "kulminierte" iterative Mengenbildung. Wegen des Isomorphieaxioms können sowohl die Menne- als auch die Klaus-Semiotik als verdoppeltes von Neumann-Universums darsgestellt werden (vgl. Toth 2012d), deren Strukturschema wie folgt aussieht

$$
\begin{array}{lcl}
x & \cong & y \\
\{x\} & \cong & \{y\} \\
\{\{x\}\} & \cong & \{\{y\}\} \\
\{\{\{x\}\}\} & \cong & \{\{\{y\}\}\} \\
\{\{\{\{x\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{y\}\}\}\} \\
\{\{\{\{\{x\}\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{\{y\}\}\}\}\} \\
\{\{\{\{\{\{x\}\}\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{\{\{y\}\}\}\}\}\} \\
\vdots & & \vdots
\end{array}
$$

Das weder von Menne noch von Klaus je auch nur erwähnte, geschweige denn besprochene Problem besteht jedoch darin, daß in der Semiotik nach Saussure Signifikant und Signifikat bekanntlich so zusammenhängen wie Recto- und Versoseite eines Blattes Papier. Falls dies korrekt, muß wegen des Isomorphieaxioms ein solcher Zusammenhang auch zwischen Zeichen und Objekt in der Logik existieren. Wegen des Tertium non Datur-Axioms definiert eine zweiwertige Kontextur einen ontologischen Ort, der in dieser Zweiwertigkeit absolut und vollständig determiniert ist, d.h. Zeichen und Objekt hängen tatsächlich bis auf Isomorphie so zusammen, wie es Signifikant und Signifikat tun.

2. Die isomorphe "Parallelisierung" von Objekt und Zeichen sowie von Signifikat und Signifikant wird somit durch die Ontologie gestützt, deren zweiwertige Interpretation besagt, daß ein Etwas entweder existiert oder nicht existiert, d.h. daß es nur Sein oder Nichts gibt. Allerdings wird die Parallelisierung nicht durch die Epistemologie gestützt, denn in der zweiwertigen Logik und ihrer korrespondierenden Ontologie gibt es keine Möglichkeit, neben den "reinen" Kategorien von Subjekt und Objekt die "gemischten" oder besser: vermittelnden Kategorien des subjektives Objekts und des objektiven Subjekts zu designieren bzw. zu thematisieren. wie Kaehr (2011)gezeigt hat, somit somit bivalente Semiotiken und Logiken auch systemtheoretisch defizient:



In Toth (2011a) hatte ich deshalb eine tetravalente Semiotik folgendermaßen systemtheoretisch definiert:

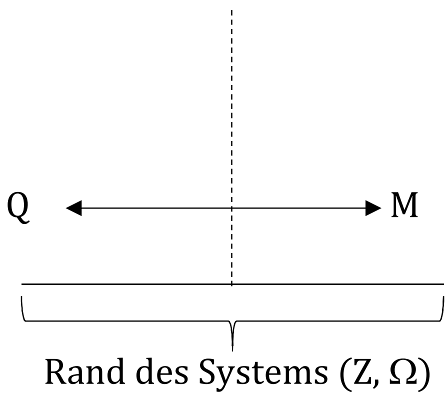
Mittelbezug (M):	$[A \rightarrow I] := I$
Objektbezug (O):	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$
Interpretantenbezug (J):	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$
Qualität (Q)	$[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I).$

Wie man aus der Konversionsbeziehung zwischen der ersten und der letzten Definition erkennt, gilt also

Mittelbezug (M): $[A \rightarrow I] := I$

Qualität (Q) $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$,

d.h. es ist M° = Q und Q° = M. Das bedeutet aber, daß der tetravalenten Semiotik ein Systemmodell zugrunde liegt, das man wie folgt schematisieren könnte:



Der Rand des Systems partizipiert somit sowohl am "semiotischen Raum" als auch am "ontischen Raum" (vgl. dazu Bense 1975, S. 65 f.), d.h. Q und M stehen in einer PARTIZIPATIVEN AUSTAUSCHRELATION, und der Übergang vom semiotischen zum ontischen Raum erfolgt durch einen chiastischen Austausch der Systemkategorien A und I:

3.heit $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$

2.heit $[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$

1.heit $[A \rightarrow I]$

0.heit $[I \rightarrow A]$,

d.h. dieser fällt unter die von Günther (1971) entdeckte Proemialrelation und führt somit unter die Ebene der (zweiwertigen) Logik.

3. Wie man leicht einsieht, ergibt sich auf dieser sowohl unter der Logik als auch unterhalb der auf dieser basierenden Semiotik liegenden Ebene nicht nur ein System von zwei, sondern von (16-4 =) 12 erkenntnistheoretischen Vermittlungsrelationen

	└	┘	┌	┐
└	└ └	└┘	└ ┌	└┐
┘	┘ └	┘ ┘	┘ ┌	┘ ┐
┌	┌ └	┌┘	┌ ┌	┌┐
┐	┐ └	┐ ┘	┐ ┌	┐ ┐.

Definieren wir wie in Toth (2011b)

$\omega := (A \rightarrow I)$

$[\omega, 1] := ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$

$[[\omega, 1], 1] := (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)$,

so haben wir die ja wegen der der tetravalenten Semiotik zugrunde liegenden Systemdefinition vorhandene Parallelisierung von Zeichen und Objekt insofern "gerettet", als wir nur von einer einzigen Abbildung ω, allerdings in drei verschiedenen Einbettungsstufen, ausgehen, die man genauso gut durch [ω], [[ω]], [[[ω]]], also wie in den kumulativen Mengenhierarchien von Menne und von Klaus, bezeichnen könnte. Versuchen wir nun also, noch abstrakter zu sein und den Systembegriff selbst als Spezialfall einer beliebigen Dichotomie D zu definieren. Sei

$D := [a, b]$

eine beliebige Dichotomie und

$1 := a(b) = b \rightarrow a$

eine beliebige Abbildung der Glieder von D. Ferner bedeute „1“, daß diese Abbildung eine „Oberflächenabbildung“ sei, d.h. daß die Einbettungsstufe 0 vorliege:

$1 = [1_0] := 1_0$.

Damit können wir das obige systemtheoretische semiotische Minimalsystem wie folgt notieren

$\omega = 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$,

d.h. wir können hiermit nicht nur die Semiotik auf die Systemtheorie zurückführen, sondern die letztere durch das Paar

$RE = <1, {}_{n}]>$,

bestehend aus einer Abbildung 1 und einem n-stufigen Einbettungsoperator ${}_{n}]$ definieren und nennen dieses Paar RE eine relationale Einbettungszahl. Wir erhalten dann z.B. für die Bensesche Zeichenklasse des vollständigen Mittelbezugs, d.h. für das Klaussche Zeichenexemplar und für das Mennesche Lalem:

Zkl = $\{3.1, 2.1\ 1.1\}$ =

S_1 = $((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), \omega)\ (\omega, \omega))$ =

$*S_1$ = $\{\{\{\{\omega\}\}\}, \{\{\omega\}\}, \{\omega\}\})\}$

RE $[[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 1], [1, 1]]$.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Cognition and Volition (1971). In: 1971 Fall Conference of the American Society for Cybernetics. Washington, D.C. 1972, S. 119-135

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf

Klaus, Georg, Spezielle Erkenntnistheorie. Berlin 1965

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Menne-Semiotik, I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

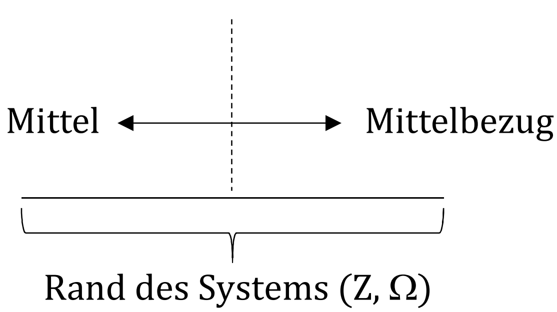
Toth, Alfred, Stufen und Typen in der logischen Semiotik von Georg Klaus, I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Semiotische System- und Superisationshierarchien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Isomorphe logisch-semiotische Operationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Spuren als Teile von Objekten

1. Wie ich vor allem in Toth (2011a) gezeigt hatte, ist zwischen konkreten und abstrakten Zeichen zu unterscheiden. Wichtig ist dabei, daß sich diese nicht-triviale Unterscheidung nicht mit den Unterscheidungen zwischen "sign events" und "signs", "tokens" and "types" (Peirce), Zeichenexemplaren und Zeichengestalten (G. Klaus), Signal und Zeichen oder Lalem und Lexem (A. Menne) decken, da in allen diesen Fällen Zeichen und Mittel bzw. Mittelbezug identifiziert und darauf einfach die Abstraktionsklassen gebildet werden. Bereits Bense (1973, S. 71) hatte jedoch darauf hingewiesen, daß das konkrete Mittel ein "triadisches Objekt" ist. Selbstverständlich ist natürlich auch der abstrakte Mittelbezug triadisch, denn es vermittelt ja sich selbst zwischen Objekt- und Interpretantenbezug der abstrakten Zeichenrelation. Nun gehört das Mittel aber dem "ontischen Raum" an (Bense 1975, S. 65 f.) und ist somit ein Teil eines Objektes. Wenn somit das konkrete Mittel als triadisches Objekt fungiert, dann gibt es zwischen ihm und dem trivialerweise triadisch fungierenden Mittelbezug eine nicht-triviale (d.h. nicht wie in den Semiotiken von G. Klaus und A. Menne aus der logischen Zweiwertigkeit folgende) Isomorphie zwischen Objekt und Zeichen und damit zwischen ontischem und semiotischem Raum. Da Bense (1975, S. 39 ff.) im Rahmen seiner invariantentheoretischen Semiotik gezeigt hatte, daß die Übergänge zwischen ontischem und semiotischem Raum durch sog. disponible Kategorien von Statten gehen, folgt, daß die beiden isomorphen Räume zudem durch einen Teilraum oder "Rand" vermittelt sind, der ein System von sowohl am ontischen als auch am semiotischen Raum partizipierenden Relationen enthält. Schematisch:



2. Wie zuletzt in Toth (2012) gezeigt, haben diese partizipativen Relationen, die als Austauschrelationen zwischen dem ontischen Teilraum der Mittel und dem

semiotischen Teilraum der Mittelbezüge charakterisiert sind, chiastische Gestalt. Definiert man die ontischen Relationen isomorph den semiotischen und benutzt dazu als Grundbegriff denjenigen des Systems, das einfach durch

$S = [A, I]$

eingeführt ist, d.h. als

Mittelbezug (M): $[A \rightarrow I] := I$

Objektbezug (O): $[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$

Interpretantenbezug (J): $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$

Mittel (Q) $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$,

dann kann man das vollständige partizipative Syste, d.h. den Rand zwischen Zeichen und Objekt, wie folgt darstellen:

3.heit $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$

2.heit $[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$

1.heit $[A \rightarrow I]$

0.heit $[I \rightarrow A]$,

und es ist also

Mittelbezug: $[A \rightarrow I] := I$

Mittel: $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$.

Man kann diese zueinander isomorphen ontischen und semiotischen Relationen bzw. Abildungen dadurch vereinfachen, daß man sie wie in Toth (2011b) als relationale Einbettungen definiert

$\omega := (A \rightarrow I)$

$[\omega, 1] := ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$

$[[\omega, 1], 1] := (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)$

und diese wiederum durch sog. relationale Einbettungszahlen gemäß

$\omega = 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$.

Unter der Voraussetzung, daß ω entweder für ein triadisches Objekt oder für ein triadisches Zeichen steht, bekommt man hierdurch nämlich die folgende Isomorphiehierarchie zwischen systemischen Kategorien und relationalen Einbettung(szahl)en, die allerdings, wie bereits angetönt, anders als die entsprechenden Isomorphiehierarchien der logischen Semiotiken, nicht-trivial ist:

$\omega = \omega = 1$

$\{\omega\} = [\omega, 1] = 1_{-1}$

$\{\{\omega\}\} = [[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$

$\{\{\{\omega\}\}\} = [[[\omega, 1], 1], 1] = 1_{-3}$, usw.

Spuren können nun nur in dem wenig interessanten Sinne Teile von Abstraktionsklassen, d.h. von Zeichenrelationen und ihren Superisationen, sein, z.B. Rumpfthematiken wie etwa (3.1, 2.2), (2.2, 1.3) oder (3.1, 1.3) als dyadische Teilrelationen vollständiger triadischer Zeichenrelationen. Interessant – und der landläufigen Auffassung entsprechend – sind Spuren jedoch Teile von Objekten, d.h. also auch von konkreten Zeichen. Und zwar sind Spuren als Zeichen interpretierte Teile von Objekten, die dadurch auf die Objekte, deren Teile sie sind, abgebildet werden:

Spur: $o \rightarrow_{ZR} \{o\}$,

wobei $o \in (\omega, \{\omega\}, \{\{\omega\}\}, ...)$ sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, An der Grenze von konkreten Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Bivalenz und Tetravalenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Eine Möglichkeit der Formalisierung der Brücke zwischen Objekt und Zeichen

1. Wie bereits in Toth (2012a) gezeigt, können Objekte nicht direkt auf Zeichen abgebildet werden, denn die in Toth (2012b) definierte Objektrelation als geordnetes Paar über zwei geordneten Paaren, den gerichteten Objekten und den gerichteten Subjekten

$O = [[\Omega_i, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_l]]$,

sowie ihre zugehörige Aspektrelation über den ontischen Kategorien der Materialität, Objektsortigkeit und Funktionalität

$O = [\mathfrak{M}, \mathfrak{O}, \mathfrak{F}]$

stellen ganz verschiedene Ordnungsrelationen dar als es die Peirce-Bensesche Zeichenrelation (vgl. Bense 1979, S. 53)

$ZR = (M, O, I) = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))$

tut, die bekanntlich eine gestufte "Relation über Relationen" darstellt (vgl. auch Bense 1979, S. 67).

2. Allerdings ist es möglich, die in Toth (2012c) eingeführte Definition eines Systems als System von Teilsystemen

$S^* = [S_1, [S_2, [S_3, \ldots, {}_{n-2}]\, {}_{n-1}]\, {}_{n}]$

mithilfe der in Toth (2012d) eingeführten Relationalzahlen zu definieren. Um zu zeigen, worum es hier geht, sei von der bereits früher von dem von uns bereits früher benutzten gestuften System über Teilsystemen

U	‖	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	...
Garten o.ä.		Haus	Treppenh.	Wohnung	Zimmer	Kasten o.ä.	

ausgegangen. Dieses architektonische Beispiel weist also die systemische Ordnungsrelation

$S = [U, [S_1, [S_2, [S_3, [S_4, [S_5]]]]]]$

auf. Will man z.B. den Zugang zwischen dem Garten eines Hauses und der Haustür definieren, kann man dies wie folgt tun

Zugang := $[U, S_1]$.

Die Definition der Haustüre erfolgt durch Filterung, d.h. durch eine nächste Stufe der Verschachtelung (Einbettung)

Haustür := $[[U, S_1], S_1]]$.

Dagegen wäre die Definition einer Wohnungstür (der im Haus befindlichen Wohnungen)

Wohnungstür := $[[S_2, S_3], S_3]]$,

und der Zugang zur Wohnungstür, also der Treppenabsatz davor, wäre

Treppenabsatz := $[S_2, S_3]$.

Entsprechend gilt z.B. für eine Kastentür

Kastentür := $[[S_4, S_5], S_5]]$,

z.B. dann, wenn der Kasten exessiv in eine Nische eingebettet ist; ansonsten (bei Adessivität) haben wir einfach $[S_4, S_5]$, usw.

Wir können also von das obige System von Teilsystemen S auf die arithmetische Folge

$S = [x^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]_n]$

abbilden durch somit einfach durch

$S = x^i{}_j$

definieren, wobei für i und j keineswegs unmittelbare Peano-Vorgänger bzw. –Nachfolger sein müssen, denn z.B. finden wir für das Treppenhaus als Verbindung von Haustür und Wohnungstüren

Treppenhaus = $[[[[0, x^2{}_1], x^2{}_1]], [[[0, x^2{}_1], x^2{}_1]], [[x^3{}_2, x^4{}_3], x^4{}_3]]]] = [[x^2{}_1, [x^3{}_2]]$.

Perspektivische Relationen, wie z.B. der Blick vom Garten aus durch die Haustüre ins Vestibül sowie der Blick vom Vestibül durch die Haustüre in den Garten, können somit als zu S duale Relationen eingeführt werden, d.h. wir haben

$\times S = [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]\,_n],$

und als vollständiges perspektivisches System über Teilsystemen ergibt sich also

$S \;=\; [x_0{}^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]\,_n]$
$\times S \;=\; [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]\,_n].$

3. Nun kann man das Zeichen nach Toth (2010) mit Hilfe der surrealen Conway-Zahlen definieren:

$1 := (0 \mid 2) = (0 \mid 3) = (0 \mid 4) ...$

$2 := (1 \mid 3) = (1 \mid 4) = (1 \mid 5) ...$

$3 := (2 \mid 4) = (2 \mid 5) = (2 \mid 6) ... ,$

daraus erhalten wir aber sofort

$1 := (0 \mid 2)$

$2 := ((0 \mid 2) \mid 3)$

$3 := (((0 \mid 2) \mid 3) \mid 4),$

d.h. die Progression der surrealen Zahlen zeigt genau die Ordnungsstruktur der oben definierten dualen Systemstruktur. Umgekehrt kann man also Systeme von Teilsysteme mit Hilfe von dualen surrealen Zahlen definieren. Z.B. kann man $S = [x^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]\,_n]$ in der arithmetischen Form

$S = [0, [1, [2, [3, [4, [5]]]]]] = [[0 \mid 1] \mid 2] \mid 3 \mid 4 \mid 5]]]$

notieren.

5. Wenn wir zusammenfassen, dann können die Objektrelation und ihre zugehörige Aspektrelation in der Form von verschachtelten Systemen notiert

werden, diese aber weisen die Ordnung dualer surrealer Zahlen auf. Umgekehrt weist die Zeichenrelation die Ordnung surrealer Zahlen auf. Nun können aber die in Toth (2012d) eingeführten Relationalzahlen

$\mathrm{REZ} = [x, [_{-n}]$ mit $x \in \mathbb{N}$, $n \in \{0\} \cup \mathbb{N}$

auch dual in der Form

$\times\mathrm{REZ} = [[_{-n}, x]$

notiert werden, da mit ihrer Hilfe ja sowohl Zeichenklassen als auch Realitätsthematiken formalisiert werden können. Somit vermitteln also die Relationalzahlen zwischen den surrealen Zahlen der Semiotik und den dualen surrealen Zahlen der Ontik, d.h. sie bilden die Brücke zwischen Zeichen und Objekt.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Kann man die Peircezahlen mit Hilfe der surrealen Zahlen begründen? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Die Abbildungen von Objekten auf Zeichen I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Objekt-Aspekt-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Die Einheit von Zeichen und Objekt als System

1. Eine Semiotik, die über keine Objekttheorie verfügt, ist defizitär und darüber hinaus explizit oder implizit pansemiotisch und wiederspricht somit nicht nur der alltäglich feststellbaren Differenz zwischen Objekten und Zeichen (z.B. Taschentuch als Gebrauchsgegenstand und verknotetes Taschentuch als Zeichen), sondern v.a. auch der seit der Antike wohlbekannten Unterscheidung zwischen einem wahrgenommenen Objekt und einem Zeichen eines Objektes. Alle überhaupt wahrnehmbaren Objekte sind eben wahrgenommene Objekte, damit aber noch lange keine Zeichen. Dies dürfte hinter der oft mißverstandenen Bemerkung de Saussures liegen: "La langue est pour ainsi dire une algèbre qui n'aurait que des termes complexes (1916, S. 175). Mit Hilfe von oppositiven Termen ("entre eux [les signes] il n'y a qu' opposition", de Saussure 1916, S. 172) wurde daher in Toth (2012a) auch das Objekt als wahrgenommenes Objekt

$O = [[\Omega_i, \Omega_j], [\Sigma_k, \Sigma_l]]$,

sowie ihre zugehörige Aspektrelation über den ontischen Kategorien der Materialität, Objektsortigkeit und Funktionalität

$A = [\mathfrak{M}, \mathfrak{O}, \mathfrak{F}]$

definiert. Ohne die Aspektrelation könnte man Objekte gar nicht wahrnehmen. Die Definition O führt Objekte nicht wie so oft auf Zeichen zurück (um dann Zeichen wiederum rekursiv aus Objekten zu definieren), sondern auf den allgemeinen Systembegriff, und zwar setzt sie voraus, daß Objekte zu Objekten sowie Subjekte zu Subjekten in Opposition stehen. Wir sprechen also statt von Objekten von gerichteten Objekten und statt von Subjekten von gerichteten Subjekten. "Einer allein hat immer unrecht. Zu Zweien beginnt die Wahrheit", heißt es in Nietzsches Briefen. Geht man nämlich von wahrgenommenen anstatt von "absoluten" Objekten aus, so werden sie wie die Zeichen de Saussures in Opposition zueinander, d.h. negativ, definiert, und wir könnten dann nicht nur das Zeichen, sondern auch das Objekt als komplexe Zahl definieren, das Objekt allerdings im Gegensatz zum Zeichen als bikomplexe Zahl (auch Tessarine oder besser Segre-Zahl genannt, vgl. Segre 1892). Damit kann Benses Metaobjektivation (Bense 1967, S. 9) als Abbildung von komplexen auf bikomplexe Zahlen im Rahmen einer geeigneten hyperkomplexen Algebra behandelt werden.

2. Diese Abbildungen von zusammengesetzten Zahlen aus einer komplexen in eine bikomplexe Algebra genügen, wie in Toth (2012b) gezeigt, der Definition des dualen Systems über Systemen

$S^* \;=\; [x_0^1, [x^2_1, [x^3_2, [x^4_3, [x^5_4, [x^6_5, ..., [x^{n+1}_n]_n]$
$\times S^* = \; [[x^{n+1}_n], ..., [x^6_5, [x^5_4, [x^4_3, [x^3_2, [x^2_1, [x^1_0]_n].$

mit

$S^* = [S_1, [S_2, [S_3, ..., _{n-2}]_{n-1}]_n],$

d.h. entsprechend der Einführung des Objektes als gerichtetes Objekt, ist auch S* als geordnetes Paar über geordneten Paaren definiert. Führt man also den Begriff des Objektes auf den Begriff des Systems zurück, dann ist nicht nur das Objekt als geordnetes Paar über geordneten Paaren definierbar, sondern das Zeichen ebenfalls, denn für dieses gilt bereits seit Bense (1979, S. 53)

$ZR = (M, O, I) = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)),$

d.h. man kann das Zeichen als geordnetes Paar aus einem Mittelbezug als erstem und der Abbildung des Objekt- auf den Interpretantenbezug als zweitem Glied auffassen, wobei dieses zweite Glied selbst wiederum ein Paar ist, und zwar ein solches, das mit seinem ersten Glied auch das erste Glied des übergeordnetes Paares von ZR enthält. Damit stellt also nicht nur das Zeichen eine "verschachtelte" Relation bzw. eine "Relation über Relationen" dar (Bense 1979, S. 67), sondern dies gilt auch für das Objekt, und insofern, aber nur insofern, sind Zeichen und Objekt, wie dies die dialektische Semiotik (vgl.-Klaus 1973) behauptet hatte, tatsächlich isomorph.

3. Da Zeichen und Objekt bezüglich ihrer jeweiligen Ordnungsrelationen isomorph sind, insofern sich beide mit Hilfe einer Mengentheorie ohne Fundierungsaxiom, d.h. entsprechend dem "La vache qui rit"- oder Droste-Effekt formalisieren lassen (vgl. Toth 2009), sind sie selbst als die beiden perspektivisch geschiedenen Seiten eines Systems

$S = [O, Z]$

darstellbar, und an die Stelle einer Kontexturengrenze zwischen O und Z tritt nun vermöge

$$S^* = [x_0{}^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]_n]$$
$$\times S^* = [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]_n]$$

mit entweder $S^* = O$ und $\times S^* = Z$ oder umgekehrt, eine perspektivische Austauschrelation, d.h. das Zeichen, vom Objekt aus betrachtet oder das Objekt, vom Zeichen aus betrachtet, sind erkenntnistheoretisch dasselbe wie z.B. ein Hauseingang vom Garten aus betrachtet oder ein Garten vom Hauseingang aus betrachtet. Wie bereits z.B. in Toth (2012c) mitgeteilt, kann man Systeme allgemein und somit auch Objekte und Zeichen mit Hilfe einer speziellen Art von Zahlen beschreiben, die ich relationale Einbettungszahlen (REZ) genannt hatte. Eine solche REZ besteht aus zwei Gliedern, einer komplexen Zahl z sowie deren Einbettungsgrad $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

$REZ = [z, [-_n]$

Z.B. kann die natürliche Zahl 1 in den Formen ihrer Einbettungsgrade durch

$1 := [1\text{-}_0, [1\text{-}_1, [1\text{-}_2, ..., [1\text{-}_n]$

definiert werden. Auf der Seite der Objekttheorie hätten wir z.B. einen Stuhl im Garten, im Hauseingang, auf dem Absatz eines Treppenhaus, im Wohnungseingang und in einem Zimmer. Wie man leicht erkennt, unterscheiden sich also REZ und die Teilsysteme von $S^*/\times S^*$ lediglich durch die Indizierung der letzteren; diese ist aber selbstverständlich weglaßbar, solange es sich, wie in unserem Beispiel, um eine konstante Zahl mit variablen Einbettungsgraden handelt.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

de Saussure, Ferdinand, Cours de linguistique générale. Paris 1916

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 3. Aufl. München 1973

Segre, Corrado, The real representation of complex elements and hyper-algebraic entities. In: Math. Ann. 40 (1892), S. 413-467

Toth, Alfred, Systeme, Droste effect in semiotics. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 50/3, 2009, S. 139-145

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Eine Möglichkeit der Formalisierung der Brücke zwischen Objekt und Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Definition der objekttheoretischen Triade

1. Es hat in der Semiotik nicht an Versuchen gefehlt, allgemeinere Relationen als die triadische Peircesche Zeichenrelation als triadisch gestufter Relation über dem erstheitlichen Mittelbezug, dem zweitheitlichen Objektbezug und dem drittheitlichen Interpretantenbezug (vgl. z.B. Bense 1979, S. 53) aufzustellen. Z.B. hatte Bense (1981, S. 33) die sog. Werkzeug-Relation

WkR = (Mittel, Gegenstand, Gebrauch)

vorgeschlagen, die er ausdrücklich "als ein dreistelliges Präsentamen, aber natürlich nicht als ein triadisches Repräsentamen" verstanden haben will. Noch tiefer reichte Benses Versuch, neben dem "semiotischen Raum" einen "ontischen Raum aller verfügbaren Etwase O^0, über denen der $r > 0$-relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird" (1975, S. 65), wenigstens zu skizzieren.

2. Wie in Toth (2012a) gezeigt worden war, ist es unmöglich, den Peirceschen Zeichenbegriff mehr und mehr zu abstrahieren bzw. seine definitorischen Kategorien durch immer allgemeinere zu ersetzen, um ihn auf diese Weise dem Objektbegriff anzunähern, denn Zeichen und Objekt sind bekanntlich im Rahmen der zweiwertigen Logik durch eine Kontexturgrenze voneinander geschieden, d.h. einander transzendent. Stattdessen ist es aber möglich, eine von der Zeichentheorie primär unabhängige Objekttheorie auf der Basis der allgemeinen Systemtheorie zu konstruieren und anschließend auch die Zeichentheorie auf die allgemeine Systemtheorie zurückzuführen.

2.1. Definition des allgemeinen Systems (mit und ohne Rand)

$S^* = [S, \mathcal{R}[S, U], U]$

mit $\mathcal{R}[S, U] = \emptyset$ oder $\mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$.

2.2. Definition des Objekt-Zeichen-Systems

$S_{\Omega,Z}^* = [\Omega, \mathcal{R}[\Omega, Z], Z]$

mit $\mathcal{R}[\Omega, Z] = \emptyset$ oder $\mathcal{R}[\Omega, Z] \neq \emptyset$.

2.3. Definition des Realitätsthematik-Zeichenthematik-Systems

$S_{RTh,ZTh}* = [RTh, \mathcal{R}[RTh, ZTh], ZTh]$

mit $\mathcal{R}[\Omega, Z] = \emptyset$ oder $\mathcal{R}[\Omega, Z] \neq \emptyset$.

2.4. Definition von Teilsystemen eines Systems

$S* = [S_0, [S_1, [S_2, [...]]]]$

mit $S* \supset S_0 \supset S_0 \supset ... S_0 \supset S_{n-1}$.

3. Da die allgemeine Objekttheorie auf den drei Kategorien Materialität (mit Strukturalität), Objektalität (mit den Subkategorien Sortigkeit, Stabilität/Variabilität, Mobilität/Immobilität, Ambulanz/Stationarität, Reihigkeit, Stufigkeit, Konnexivität (Relationalität), Detachierbarkeit, Objektabhängigkeit, Vermitteltheit, Zugänglichkeit, Orientiertheit und Geordnetheit, sowie Eingebettetheit (mit den Subkategorien Einbettungsform, Einbettungsstufe und Lagerelationen [Exessivität, Adessivität und Inessivität]) basiert, haben wir

Ω = (Materialität, Objektalität, Eingebettetheit) := $[\mathfrak{M}, \mathfrak{O}, \mathfrak{E}]$

Nach Toth (2012b, c) können wir die drei ontischen Kategorien $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{O}$ und $\mathfrak{E}$ wie folgt definieren

$\mathfrak{M} = [I \rightarrow A]$

$\mathfrak{O} = [A \rightarrow [I \rightarrow A]]$

$\mathfrak{E} = [I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]]$,

wogegen die drei semiotischen Kategorien M, O und I nach Toth (2012d) wie folgt definiert wurden

$M = [A \rightarrow I]$

$O = [[A \rightarrow I] \rightarrow A]$

$I = [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$, gemäß der folgenden Tabelle, welche neben den Abbildungen der systemischen Kategorien die ihnen entsprechenden ontischen sowie semiotischen Relationalzahlen (vgl. Toth 2012e) enthält

$[A \to I]$	ω	ω	1	$[I \to A]$
$[[A \to I] \to A]/$				$[A \to [I \to A]]/$
$[[A \to I] \to I]$	$[\omega, 1]$	$\{\omega\}$	1_{-1}	$[I \to [I \to A]]$
$[[[A \to I] \to A] \to I]/$				$[I \to [A \to [I \to A]]]/$
$[[[A \to I] \to I] \to A]/$	$[[\omega, 1], 1]$	$\{\{\omega\}\}$	1_{-2}	$[A \to [I \to [I \to A]]]$,

Somit gilt einfach $\mathfrak{M} = M^{-1}$, $\mathfrak{O} = O^{-1}$, $\mathfrak{E} = I^{-1}$, d.h. Ontik und Semiotik sind im Einklang mit den Definitionen 2.1. – 2.3. auf systemtheoretischer Ebene einheitlich formalisierbar. Daraus folgt natürlich weiter sofort, daß Ontik und Semiotik systemtheoretisch betrachtet zueinander isomorph sind. Man vergleiche damit die logischen Semiotiken von Georg Klaus (Klaus 1973) und von Albert Menne (Menne 1992) sowie meine Aufsätze dazu, in denen der Isomorphienachweis detailliert geführt wird.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Grundlegung einer operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme, Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

Gibt es "Wahrnehmungszeichen"?

1. Das semiotische Fundamentalaxiom von Bense lautet: "Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden" (Bense 1967, S. 9). In Toth (2014) wurde dieses Axiom in dreifacher Form, bezogen auf die von Bense (1975a, S. 64 ff.) unterschiedenen Entitäten Objekt (Ω), vorthetisches (disponibles) Objekt O^0 und Zeichen (Z), dargestellt, wobei allerdings unklar ist, was Axiom und was Lemma ist.

1. Die Selektion von Ω ist frei.

2. Die Selektion von O^0 ist frei.

3. Die Selektion von Z ist frei.

Damit stellt sich die Frage, was "zum Zeichen erklären" bedeutet. Diese auch "thetische Einführung" oder "thetische Setzung" genannte Operation wird von Bense selbst folgendermaßen definiert: "Die Tatsache,. daß ein Zeichen als solches nicht vorgegeben, sondern gesetzt ist, d.h., daß die Einführung eines Zeichens in einen gedanklichen, kreativen oder kommunikativen Prozeß darauf beruht, daß ein (beliebiges) Etwas zum Zeichen 'erklärt', also als solches 'selektiert' wurde" (Bense/Walther 1973, S. 125).

Damit steht fest, daß die Einführung eines Zeichens in einem willentlichen Akt durch ein Subjekt geschieht.

2. Nun wird bekanntlich selbstverständlich auch in der semiotischen Bewußtseinstheorie (vgl. Bense 1975b, Bense 1976) zwischen Wahrnehmung und Erkenntnis bzw. zwischen Perzeption und Apperzeption unterschieden. Aus dem Schluß, daß es keine unwillentlichen Zeichen gibt, da jede Setzung eo ipso willentlich ist, folgt also, daß es keine Wahrnehmungs-, sondern nur Erkenntniszeichen geben kann. Wenn also Bense z.B. innerhalb seiner Raumsemiotik (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80) Trennwände, Korridore und Plätze bedenkenlos als Zeichen interpretiert, dann liegt hier ein Widerspruch vor, denn die letzteren Entitäten sind Objekte, die als Objekte künstlich hergestellt,

aber nicht thetisch als Zeichen eingeführt wurden.[2] In Sonderheit haben wir es mit zwei Entitäten zu tun, deren semiotischer oder ontischer Status bis heute völlig unklar ist.

2.1. "Wahrnehmungszeichen"

Daß man keine absoluten, d.h. objektiven Objekte wahrnimmt, da diese uns, die sie wahrnehmenden Subjekte, nur über die Filter unserer (wahrnehmenden) Sinne erreichen, dürfte heute von niemandem mehr bestritten werden. Wir haben es bei "Wahrnehmungszeichen" also mit einer moderneren Form von Berkeleys Problem zu tun: Ich stehe vor einem Tisch, betrachte ihn, schließe dann die Augen – und er ist "immer noch da", allerdings in meinem Kopf. Aus der Metaphorik, daß sich eben nicht die Materialität des Objektes, sondern ein Bild von ihm in meinem Kopf befinde, wurde, da Bilder in der Semiotik Icons, d.h. iconische Objektrelationen, sind, geschlossen, daß diese "Bilder", die unsere Wahrnehmung von den uns nicht wahrnehmbaren a priorischen Objekten macht, Zeichen sind.

2.2. Gedankenzeichen

Verwandt mit den "Wahrnehmungszeichen" und trotzdem völlig von ihnen zu trennen sind "Gedankenzeichen". Es bereitet uns keinerlei Probleme, Wesen zu kreieren, die wir noch nie in der Welt der Objekte angetroffen haben und die dort auch mutmaßlich gar nicht existieren, wie z.B. Einhörner, Drachen oder Werwölfe. Und wie allgemein bekannt ist, können wir diese Gedankenzeichen sogar insofern in effektive Zeichen transformieren, als wir sie z.B. auf Papier zeichnen oder aus Stein meißeln. Im transzendentalen Idealismus fallen Gedankenzeichen und "Wahrnehmungszeichen" daher sogar zusammen: "Und

[2] Vgl. z.B. auch das Kapitel "Semiotik und Architektur" in Walthers "Einführung in die Semiotik": "Jedes architektonische Objekt ist ein komplexes Superzeichen". In dieser beständigen Verwechslung von Objekten und Zeichen bzw. von nicht zu Zeichen erklärten Objekten dürfte ein Hauptgrund für die Unfähigkeit der Semiotik, sich seit den 1960er Jahren an Lehrstühlen zu institutionalisieren, zu suchen sein, und ebenfalls in der damit einhergehenden promiscuen Verwendung des Begriffs "Semiotik", der von Bense und Walther zu recht kritisiert wird: "Man treibt nicht Semiotik, wenn man gelegentlich über Zeichen spricht, so wie man ja auch nicht Mathematik treibt, wenn man gelegentlich Begriffe wie 'Zahl', 'Menge' oder 'Größe' verwendet" (1987, S. 50).

ist denn ein so großer Unterschied zwischen einem halluzinirten Dampfer und einem veritablen Dampfer? Steken nicht beide in unserem Kopf?“ (Panizza 1992, S. 90).

3. Rein formal können wir beim gegenwärtigen Stand von Ontik, Präsemiotik und Semiotik (vgl. Toth 2014) unterscheiden zwischen dem objektiven (absoluten) Objekt Ω, dem dem vorthetischen Objekt O^0, und dem Zeichen Z. Da Ω nicht wahrnehmbar ist, kann die in Anlehnung Bense (1967, S. 9), der von Zeichen als "Metaobjekten" spricht, "Metaobjektivation" genannte Abbildung von Objekten auf Zeichen, d.h. die thetische Einführung von Zeichen, nicht die Abbildung

f: $\Omega \rightarrow Z$,

sondern nur die Abbildung

g: $O^0 \rightarrow Z$

betreffen. Da O^0 seine disponible Vorthetik, wie Bense sich ausdrückt, dem es selektierenden Subjekt verdankt, ist O^0 also ein subjektives Objekt. Daraus folgt, daß die thetische Einführung eine Abbildung subjektiver Objekte auf Zeichen ist. Da Zeichen und Objekt eine dichotomische Relation bilden genau wie jene zwischen logischer Position und Negation, erkenntnistheoretischem Objekt und Subjekt, ethischem Gut und Böse, usw., folgt, daß das Zeichen ein objektives Subjekt ist. Wir können diese Ergebnisse im folgenden Satz zusammenfassen.

SATZ 1 . Die thetische Einführung von Zeichen ist eine Abbildung von subjektiven Objekten auf objektive Subjekte.

Da diese Zeichensetzung ein willentlicher Akt ist, folgt ferner, daß es zwar Objekte gibt, die nicht zu Zeichen erklärt sind, aber die Umkehrung dieses Satzes ist wegen der Gedankenzeichen falsch. Diese Nichtumehrbarkeit ist jedoch zu präzisieren: Wohl ist es möglich, Zeichen von "irrealen" Objekten zu machen, aber diese setzen sich ausnahmslos aus Versatzstücken "realer" Objekte zusammen, beim Drachen z.B. als Amalgamation von Vögeln, Reptilien und weiteren Tieren. Es ist also unmöglich, ein Zeichen von einem nicht-existenten Objekt zu machen, und das bedeutet, daß jedes Zeichen ein Objekt hat, das es bezeichnet, auch wenn man von einem Zeichen nicht auf ein bestimmtes Objekt schließen kann. Wir wollen auch dieses Ergebnis in einem Satz zusammenfassen.

SATZ 2 . Jedes Zeichen hat ein bezeichnetes Objekt, aber nicht jedes Objekt hat ein es bezeichnendes Zeichen.

Dieser Satz bestätigt übrigens, umgekehrt betrachtet, daß Bense (1975, S. 44 u. S. 64 ff.) völlig richtig lag, wenn er neben dem "ontischen Raum" und dem "semiotischen Raum" einen präsemiotischen Raum "disponibler, d.h. vorthetischer Objekte" annahm. Vor allem aber bedeutet dies: Bense hat die u.a. von Eco (1977, S. 111 ff.) zurecht kritisierte "pansemiotische" Zeichentheorie Peirces, die ein abgeschlossenes semiotisches Universum darstellt, in dem paradoxerweise keine Objekte vorhanden sind, obwohl diese doch nach dem Fundamentalaxiom sowie der Definition der thetischen Einführung von Zeichen als Domänen der metaobjektiven Abbildung vorhanden sein müssen, in ein triadisches Universum transformiert, in dem es nicht nur Objekte neben Zeichen gibt, sondern auch vorthetische Objekte, welche zwischen Objekten und Zeichen vermitteln. Die entsprechenden zwei zueinander transpositionellen Matrizen sind

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

	1	2	3	0
1	1.1	1.2	1.3	1.0
2	2.1	2.2	2.3	2.0
3	3.1	3.2	3.3	3.0
0	0.1	0.2	0.3	0.0,

Da die Nullheit des vorthetischen Objektes O^0 nach Bense (1975, S. 65) über keine Kategorialzahl verfügt, d.h. kategorial nicht in die triadische Ordnung der Zeichenrelation einbettbar ist, kommen auch die beiden weiteren möglichen Matrizen zur Darstellung der Vermittlung von Ontik und Semiotik durch Präsemiotik in Frage.

	1	0	2	3
1	1.1	1.0	1.2	1.3
0	0.1	0.0	0.2	0.3
2	2.1	2.0	2.2	2.3
3	3.1	3.0	3.2	3.3

	1	2	0	3
1	1.1	1.2	1.0	1.3
2	2.1	2.2	2.0	2.3
0	0.1	0.2	0.0	0.3
3	3.1	3.2	3.0	3.3 .

Die im ersten Matrizenpaar den Rand des Zeichens bildenden präsemiotischen Subrelationen und die im zweiten Matrizenpaar aus den seinen Rand bildenden semiotischen Subrelationen ausgegrenzten präsemiotischen Subrelationen bilden somit die vorthetischen Submatrizen, welche die Wahrnehmung subjektiver Objekte, d.h. die Codomänen der Abbildung

h: $\Omega \rightarrow O^0$,

deren Domänen uns ewig unzugänglich, da absolut bzw. apriorisch, sind, im ontisch-semiotischen Vermittlungsraum, wie er von Bense (1975) skizziert worden war, formal begründen. Dagegen basiert die Erkenntnis, d.h. die Transformation subjektiver Objekte in objektive Subjekte, auf der bereits bekannten Abbildung

g: $O^0 \rightarrow Z$,

welche somit die Definition der thetischen Setzung ist. "Wahrnehmungszeichen" werden somit durch die Abbildung h beschrieben, willentliche und damit die einzigen Zeichen, werden hingegen durch die Abbildung g beschrieben. Die Möglichkeit der Bildung von Gedankenzeichen durch Objekt- und Subjektamalgamation beruht somit auf der Nicht-Bijektivität der Konkatenation von $f = g \circ h$.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max/Walther, Elisabeth (Hrsg.), Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Rez. von: Sebeok, Thomas A. (Hrsg.), Encyclopedic Dictionary of Semiotics. In: Semiosis 45, 1987, S. 48-50.

Eco, Umberto, Zeichen. Frankfurt am Main 1977

Panizza, Oskar, Mama Venus. Texte zu Religion, Sexus und Wahn. Hrsg. von Michael Bauer. Hamburg 1992

Toth, Alfred, Ontik, Präsemiotik und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Dimensionale Zahlensysteme für präsemiotische Matrizen I

1. Nicht nur für semiotische, sondern in Sonderheit für präsemiotische Matrizen, wie sie in Toth (2014a-e), basierend auf Benses Definition des vorthetischen Objektes als 0-stelliger Relation (vgl. Bense 1975, S. 64 ff.), eingeführt worden waren, genügt die lineare Folge der natürlichen Zahlen nicht mehr zur Darstellung der mathematischen Struktur dieser von Bense auch als "Primzeichen" (Bense 1981, S. 17 ff.) bezeichneten selbstenthaltenden Zahlentypen. Ausgehend von der präsemiotischen tetradischen Relation P = (0, 1, 2, 3) werden deshalb im folgenden duale Paare dimensionaler Zahlensysteme für semiotische und präsemiotische Matrizen vorgeschlagen. Diese sind natürlich theoretisch auf die ganze Zahlenfolge von ℕ erweiterbar.

2.1. Horizontale duale Zahlensysteme

			1		1			
		1	2		2	1		
0	1	2	3		3	2	1	0

0	1	2	3		3	2	1	0
		1	2		2	1		
			1		1			

2.2. Vertikale duale Zahlensysteme

		0		0		
		1		1		
	1	2		2	1	
1	2	3		3	2	1

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Präsemiotische Semiosen und Retrosemiosen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Zur Kybernetik eingebetteter Dichotomien I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Semiotische Nachbarschafts- und Umgebungsrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Toth, Alfred, Semiotische Nachbarschaft und Umgebung bei präsemiotischen Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014d

Toth, Alfred, Präsemiotische Erweiterungen des triadischen Zeichenmodells. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014e

Dimensionale Zahlensysteme für präsemiotische Matrizen II

1. In Toth (2014) hatten wir zwei Paare von dimensionalen Zahlensystemen für präsemiotische Matrizen eingeführt, da die lineare Folge der natürlichen Zahlen nicht mehr zur Darstellung der mathematischen Struktur dieser von Bense auch als "Primzeichen" (Bense 1981, S. 17 ff.) bezeichneten selbstenthaltenden Zahlentypen der tetradischen präsemiotischen Relation

$P = (0, 1, 2, 3)$

mit

$PR = (0 \rightarrow ((0 \rightarrow 1) \rightarrow ((0 \rightarrow 1 \rightarrow 2) \rightarrow (0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))))$

ausreicht.

1.1. Horizontale duale Zahlensysteme

			1		1			
		1	2		2	1		
0	1	2	3		3	2	1	0

0	1	2	3		3	2	1	0
		1	2		2	1		
			1		1			

1.2. Vertikale duale Zahlensysteme

		0			0		
		1			1		
	1	2			2	1	
1	2	3			3	2	1

2. Eine Erweiterung für

$Q = (0, ..., 9) \subset \mathbb{N}$

ergibt z.B.

m

									1
								1	2
							1	2	3
						1	2	3	4
					1	2	3	4	5
				1	2	3	4	5	6
			1	2	3	4	5	6	7
		1	2	3	4	5	6	7	8
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

n

Das bedeutet also, daß jede Zahl $n \subset \mathbb{N}$ von $n = 1$ an auf mehr als einer Einbettungsstufe m repräsentiert ist. Jede selbstenthaltende Zahl ist demnach durch Z(n,m) vollständig beschrieben. Damit haben wir für die auf Grund von Bense (1975, S. 64 ff.) definierte präsemiotische Relation die Zahlenfolge

$F = (0, 1_{1,2}, 2_{1,2}, 3_1)$.

Die 2 ist erst für $n = 4$ auch in $m = 3$ eingebettet, und die 3 ist erst für $m = 4$ und $m = 5$ auch in $m = 2$ und $m = 3$ eingebettet, usw. Die Einbettungszahl m zeigt somit für jede natürliche Zahl n nicht nur deren Einbettungsgrad, sondern auch deren Unvollständigkeit relativ zu ihrer vollständigen Einbettung an. Solche Zahlenverhältnisse sind der quantitativen Mathematik vollkommen fremd und tauchen erst in der nicht auf der aristotelischen 2-wertigen Logik beruhenden Mathematik der Qualitäten auf (vgl. Kronthaler 1986). Allerdings dürfte die Einführung dimensionaler Zahlen der Form Z(n, m) mit der von

Bense gegebenen Definition der "Relationszahlen" (1981, S. 26) im Rahmen der von ihm eingeführten "Zeichenzahlen" (1981, S. 17) kompatibel sein, denn wie die benseschen Zeichenzahlen, hat Z(n, m) natürlich sowohl kardinale, ordinale als auch relationale Eigenschaften.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Dimensionale Zahlensysteme für präsemiotische Matrizen (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Einbettungsoperatoren

1. Die 2-wertige aristotelische Logik beruht auf einer heterarchischen Austauschrelation der Form

$L = [P, N]$

$L = [N, P]$,

denn für die der Position (P) und der Negation (N) zugeordneten Wahrheitswerte W und F gilt bekanntlich

$\neg W = F$

$\neg\neg W = W$

$\neg\neg F = F$.[3]

Daher läßt sich der Negationsoperator als 2-wertiger Reflektor

$\times W = F$

$\times F = W$

darstellen.

2. In Sonderheit verbietet also der logische Drittensatz nicht nur die Existenz eines dritten logischen Wertes, sondern auch hierarchische Austauschrelationender Form

$W^* = [W, F]$

$F^* = [F, W]$.

Läßt man nämlich Selbstenthaltung zu – dazu muß das Fundierungsaxiom der Zermelo-Fraenkelschen Mengentheorie außer Kraft gesetzt werden –, dann bekommen wir statt einer doppelten eine vierfache Opposition

[3] Die Antwort auf Wittgensteins Frage (Tractatus 5.44) , ob im Ausdruck $\neg\neg$ p p bejaht oder $\neg$p verneint wird, lautet natürlich, daß sich doppelte 2-wertige Operatoren selbst aufheben, vgl. die Körperaddition $1 + 1 = 0$.

L = [P, [N]]

L = [[P], N]

L = [N, [P]]

L = [[N], P]

und also

W* = [W, [F]]

W* = [[W], F]]

F* = [F, [W]]

F* = [[F], W].

Ganz offensichtlich sind diese Strukturen, die nur mit den zwei logischen Werten W und F operieren, dennoch nicht 2-wertig, denn ein bislang undefinierter, rechtsmehrdeutiger Einbettungsoperator

E := [x, y] → {[x, [y]], [[x], y], [y, [x]], [[y], x]}

fungiert quasi anstelle eines dritten logisches Wertes, indem er ein Tertium datur in die 2-wertige aristotelische Logik einführt. Da die Logik für jeden dyadischen Operator "Wertfunktionen", richtig: Kombinationen von Wahrheitswerten (WW, WF, FW, FF) kennt, ordnet also der Einbettungsoperator E diesen Wertkombinationen folgende Strukturen für jede der 16 dyadischen logischen Operatoren zu

E(WW) → {[W, [W]], [[W], W]}

E(WF) → {[W, [F]], [[W], F], [F, [W]], [[F], W]}

E(FW) → {[F, [W]], [[F], W], [W, [F]], [[W], F]}

E(FF) → {[F, [F]], [[F], F]}.

3. Daß die Einführung eines Einbettungsoperators zur relationalen, aber nicht materialen Erzeugung von logischer Mehrwertigkeit qua Aufhebung des

Tertium non datur-Gesetzes von größter Bedeutung für die Arithmetik ist, die ja natürlich auf der 2-wertigen Logik beruht, dürfte unmittelbar einleuchten. Nehmen wir als Beispiel

$N = (1, 2, 3)$,

d.h. den Anfang der natürlichen Zahlen, der vermöge der Peano-Axiome in der Form

$N = (|, ||, |||)$

darstellbar ist, weshalb Günther (1991) von der "totalen Relationslosigkeit" der Zahl gesprochen hatte. Da Bense (1975, S. 167 ff.) die Zeichenzahlen, später auch "Primzeichen" genannt (Bense 1981, S. 17 ff.) explizit mit Hilfe der Peano-Axiome eingeführt hatte, widerspricht diese Einführung der späteren Definition Benses (1979, S. 53), die Mengeninklusionsketten der Form

$Z = (1 \subset 2 \subset 3)$

voraussetzt. (Die semiotische Drittheit schließt Zweit- und Erstheit, und die Zweitheit schließt Erstheit ein. Bense, a.a.O., sprach daher ausdrücklich vom Zeichen als einer "Relation über Relationen".) Es gilt somit selbstverständlich

$N \neq Z$,

d.h. die Zeichenzahlen sind NICHT mit Hilfe der Peano-Axiome einführbar, da für natürliche Zahlen keine Mengeninklusionen gelen. Jede natürliche Zahl $n > 1$ besitzt lediglich einen Vorgänger $V(n) = (n-1)$ und einen Nachfolger $N(n) = (n+1)$, schließt aber keineswegs die Menge aller ihrer Vorgänger ein, wie dies die Zeichenzahlen tun. Bense selbst (1981, S. 26) hatte zwar den Begriff der Relationszahl nur für die drittheitlich fungierende Zeichenzahlen reserviert, aber selbstverständlich stellen alle drei Zeichenzahlen Relationszahlen dar, die somit von Peanozahlen strikt zu trennen sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Einbettungsstufen in der Semiotik

1. Bereits in Toth (2014a, b) wurde darauf hingewiesen, daß es keine semiotische Selbstdualität gibt, und zwar auch dann nicht, wenn man die 2-wertige aristotelische Basis der Semiotik beibehält. Die Definition der semiotischen Subrelationen

$S = \langle x.y \rangle$ mit $x, y \in \{1, 2, 3)$

unterscheidet ja zwischen triadischem Hauptwert (x.) und trichotomischem Stellenwert (.y) und beruht daher nicht auf einer heterarchischen, sondern auf einer hierarchischen Austauschrelation. Daher kann man S auch in der Form

$S = [x, [y]]$

notieren, und damit gilt nicht nur für den Fall, daß $x \neq y$, sondern, falls $x = y$ ist

$\times[x, [y]] \neq [[y], x]]$,

d.h. in Sonderheit gelten die Ungleichungen

$\times(1, [1]] \neq [[1], 1]$

$\times(2, [2]] \neq [[2], 2]$

$\times(3, [3]] \neq [[3], 3]$

der hauptdiagonalen "genuinen" Subzeichen und

$\times[[[3, [1]], [2, [2]], [1, [3]]] \neq [[[3], 1], [[2], 2], [[1], 3]]]$

des nebendiagonalen "eigenrealen" Dualsystems.

Triadische und trichotomische Zeichenzahlen (vgl. Bense 1981, S. 17) befinden sich daher auf verschiedenen Einbettungsstufen.

2. Da nun die vollständige triadische Zeichenrelation durch Bense (1979, S. 53) durch

$ZR = (M \subset ((M \subset O) \subset (M \subset O \subset I)))$

definiert ist, d.h. weil

$(M \subset O \subset I)$ (M)

$(M \subset O)$ $(O \supset M)$

(M) $(I \supset O \supset M)$

gilt, folgt, daß sich der trichotomische Stellenwert von $S_n = <x, y>$ auf der gleichen Einbettungsstufe befinden muß wie der triadische Haupttwert von $S_{n+1} = <z, w>$. Damit bekommt man ein 4-stufiges semiotisches Einbettungsschema der benseschen Zeichenzahlen, von ihm selbst auch etwas unglücklicherweise "Primzeichen" genannt (Bense 1981, S. 17 ff.)

Z = [3.x, 2.y, 1.z]

1	3			
2		x 2		
3			y 3	
4				z

2. Es ist daher möglich, den zeicheninternen Zusammenhang zwischen den drei Subrelationen jeder Zeichen- und ihrer dual koordinierten Realitätsthematik mittels Identitätskoinzidenzen pro Einbettungsstufe darzustellen.

DS 1 = [3.1 2.1 1.1] × [1.1 1.2 1.3]
Ø Ø

DS 2 = [3.1 2.1 1.2] × [2.1 1.2 1.3]
Ø Ø

DS 3 = [3.1 2.1 1.3] × [3.1 1.2 1.3]
Ø Ø

DS 4 = [3.1 2.2 1.2] × [2.1 2.2 1.3]
Ø Ø Ø Ø

DS 5 = [3.1 2.2 1.3] × [3.1 2.2 1.3]
Ø Ø Ø Ø

$$\text{DS 6} = [3.1 \quad \underset{\emptyset}{\ } \quad 2.3 \quad \underset{\emptyset}{\ } \quad 1.3] \quad \times \quad [3.1 \quad \underset{\emptyset}{\ } \quad 3.2 \quad \underset{\emptyset}{\ } \quad 1.3]$$

$$\text{DS 7} = [\underbrace{3.2 \qquad 2.2} \quad \underset{\emptyset}{\ } \quad 1.2] \quad \times \quad [2.1 \quad \underset{\emptyset}{\ } \quad \underbrace{2.2 \qquad 2.3}]$$

$$\text{DS 8} = [\underbrace{3.2 \qquad 2.2} \quad \underset{\emptyset}{\ } \quad 1.3] \quad \times \quad [3.1 \quad \underset{\emptyset}{\ } \quad \underbrace{2.2 \qquad 2.3}]$$

$$\text{DS 9} = [\underbrace{3.2 \qquad 2.3} \quad \underset{\emptyset}{\ } \quad 1.3] \quad \times \quad [3.1 \quad \underset{\emptyset}{\ } \quad \underbrace{3.2 \qquad 2.3}]$$

$$\text{DS 10} = [3.3 \quad \underset{\emptyset}{\ } \quad 2.3 \quad \underset{\emptyset}{\ } \quad 1.3] \quad \times \quad [3.1 \quad \underset{\emptyset}{\ } \quad 3.2 \quad \underset{\emptyset}{\ } \quad 3.3]$$

Bemerkenswerter- – und bislang auch unerklärterweise – weisen also nur 6 der 10 peirceschen Dualsysteme solche Einbettungskoinzidenzen auf.

Literatur

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Logische Einbettungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Ränder und Permutationen

1. Während eine geordnete Menge von 2 Elementen, wie z.B.

$S = <a, b>$

durch Anwendung des in Toth (2014a) eingeführten Einbettungsoperators auf 2 mal 2 mögliche Strukturen

$S_1 = [a, [b]]$ $\quad$ $S_2 = [[b], a]$

$S_3 = [[a], b]$ $\quad$ $S_4 = [b, [a]]$

abgebildet werden kann, kann eine Menge von 3 Elementen wie z.B.

$T = <a, b, c>$

natürlich zunächst auf 2 mal 3 mögliche Einbettunsgstrukturen abgebildet werden

$T_1 = [[a], b, c]$ $\quad$ $T_2 = [c, b, [a]]$

$T_3 = [a, [b], c]$ $\quad$ $T_4 = [c, [b], a]$

$T_5 = [a, b, [c]]$ $\quad$ $T_6 = [[c], b, a]$,

allerdings nur dann, wenn nicht alle 3 Elemente paarweise in einer hierarchischen Austauschrelationen stehen. Es ist daher leicht zu sehen, daß das obigen Sextupel der Einführung von E widerspricht, weil T_1 ... T_6 gemischte hierarchisch-heterarchische Austauschrelationen aufweisen.

2. Stattdessen müssen wir also ausgehen von

$T_1 = [[[a], b], c]$ $\quad$ $T_2 = [c, [b, [a]]]$

und erhalten weitere Einbettungsstrukturen ohne Bildung zusätzlicher Ränder nur durch Permutation solcher "verschachtelter" hierarchischer Relationen, d.h. wir bekommen für geordnete Tripel 3! = 6 Paare von Einbettungsstrukturen, neben dem soeben hingeschriebenen Paar also noch die folgenden weiteren fünf Paare

$T_3 = [[[a], c], b]$ $\quad$ $T_4 = [b, [c, [a]]]$

$T_5 = [[[b], a], c]$ $\quad$ $T_6 = [c, [a, [a]]]$

$T_7 = [[[b], c], a]$ $\quad$ $T_8 = [a, [c, [b]]]$

$T_9 = [[[c], a], b]$ $\quad$ $T_{10} = [b, [a, [c]]]$

$T_{11} = [[[c], b], a]$ $\quad$ $T_{12} = [a, [b, [c]]]$.

Es besteht also offenbar eine Beziehung zwischen n-tupeln, durch E erzeugten hierarchischen Austauschrelationen und Permutationen der Elemente von Mengen, insofern man durch Anwendung von E genau die doppelte Anzahl von Strukturen von n-tupeln erhält. (Man kann leicht beweisen, daß dies ein Satz der Arithmetik ist.)

3. Es dürfte dem Lesenden nicht entgangen sein, daß unsere Menge T, notiert in der Ordnung

$T = [a, [b, [c]]]$,

der Ordnungsstruktur der von Bense (1979, S. 53) definierten Zeichenrelation isomorph ist, die wir in der Form

$Z = [M, [O, [I]]]$

schreiben können. Da nun die M, O und I vermöge der von Bense (1975, S. 101) eingeführten semiotischen Matrix qua kartesische Produkte als semiotische Subrelationen definiert sind, stellen also M, O und I jeweils wiederum dyadische Strukturen der Form $S = \langle a.b \rangle$ mit $E(S) = \{[[a], b], [b, [a]], [[b], a], [a, [b]]\}$ dar (vgl. Toth 2014b), d.h. a, b und c im verdoppelten Sextupel permutierter Ränder in unserem obigen Schema können in jeder dieser 12 Strukturen wiederum auf 4-fache Weise als Sub-Randrelationen erscheinen. Das bedeutet also, daß man im folgenden verdoppelten Sextupel

$Z_1 = [[[I], O], M]$ $\quad$ $Z_2 = [M, [O, [I]]]$

$Z_3 = [[[I], M], O]$ $\quad$ $Z_4 = [O, [M, [I]]]$

$Z_5 = [[[O], I], M]$ $\quad$ $Z_6 = [M, [I, [O]]]$

Z_7 = [[[O], M], I] Z_8 = [I, [M, [O]]]

Z_9 = [[[M], I], O] Z_{10} = [O, [I, [M]]]

Z_{11} = [[[M], O], I] Z_{12} = [I, [O, [M]]].

jeweils gemäß den Abbildungen

α: (M → O)

β: (O → I)

α°β°: (I → M)

folgende Quadrupel von Sub-Randrelationen einsetzen kann

[M, [O]]	[[O], M]	[O, [I]]	[[I], O]
[[M], O]	[O, [M]]	[[O], I]	[I, [O]]
[I, [M]]	[[M], I]		
[[I], M]	[M, [I]].		

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Einbettungsstufen in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Austauschrelationen und Einbettungsrelationen

1. Ich möchte im Anschluß an Toth (2014a) nochmals auf den folgenden Paragraphen im "Tractatus" Wittgensteins (5.5352) zurückkommen: "Ebenso wollte man 'Es gibt keine Dinge' ausdrücken durch '$\neg(\exists x)$. $x = x$'. Aber selbst wenn dies ein Satz wäre, - wäre er nicht auch wahr, wenn es zwar 'Dinge gäbe', aber diese nicht mit sich selbst identisch wären?"

2. Ein Fundamentaldefekt der Semiotik (vgl. bereits Toth 2014b) besteht darin, daß zwar die semiotische Dichotomie von Objekt und Zeichen

$A = [O, Z]$

der logischen von Position und Negation

$L = [P, N]$

folgt, daß diese Austauschrelation A aber weder für die Subzeichen

$S = \langle a.b \rangle$

noch für die aus ihnen konkatenierten Zeichenklassen gilt (vgl. Bense 1979, S. 53)

$Zkl = \langle M, \langle\langle M, O \rangle, \langle M, O, I \rangle\rangle\rangle$,

denn sowohl bei S als auch bei Zkl handelt es sich im Gegensatz zu $A \cong L$ nicht um Austausch-, sondern um Einbettungsrelationen. Wir haben damit also für $S = \langle a.b \rangle$

$S_1 = [a, [b]]$ $\quad$ $S_2 = [[b], a]$

$S_3 = [[a], b]$ $\quad$ $S_4 = [b, [a]]$,

und für Zkl gilt somit

$Zkl = [M, [[M, [O]], [M, [[O], [I]]]]]$.

3. Die Frage, die sich nun stellt, ist allerdings die: Gelten wirklich nur für die Semiotik, nicht aber für die Logik hierarchische Einbettungsrelationen anstatt heterarchischer Austauschrelationen? Setzt man nämlich für die S_i die beiden

logischen Wahrheitswerte W und F ein, bekommt man ebenfalls ein Quadrupel logischer Strukturen

$L_1 = [W, [F]]$ $\qquad$ $L_2 = [[F], W]$

$L_3 = [[W], F]$ $\qquad$ $L_4 = [F, [W]]$.

Abwegig ist diese Idee keineswegs, denn bekanntlich ist in L = [P, N] nur die Position designiert – und zwar durch W -, während die Negation als durch F nicht-designiert erscheint. Günther sprach daher von einem "Reflexionsgefälle" zwischen designierten und nicht-designierten logischen Werten. Das Problem besteht allerdings darin, daß wir in den L_i zwar immer noch zwei Werte haben, daß aber der in Toth (2014c) eingeführte Einbettungsoperator qua Einbettung quasi ein relationales Tertium einführt, das nicht nur die Über- bzw. Unterordnung zwischen W und F, sondern auch deren lineare Ordnung erwirkt, denn die L_i stehen selbstverständlich paarweise in Ungleichheitsrelation, und kein L_i ist isomorph mit den Relationen [W, F] oder [F, W]. Wir stehen somit vor den Grundlagen einer völlig neuen Logik, die weder einen materialen dritten Wert annimmt noch ein polykontexturales Verbundsystem 2-wertiger Logiken wie die Günther-Logik (vgl. Günther 1976-80) darstellt. Eine solche Logik wäre qua ($L_i \cong S_i$) mit der Semiotik isomorph. Ferner stehen die bereits in früheren Arbeiten vorgeschlagenen Definitionen durch Selbsteinbettung

$Z^* = [Z, \Omega]$

$\Omega^* = [\Omega, Z]$

nun nicht mehr im Widerspruch mit den Definitionen von S und von Zkl, denn es ist

$Z^*_1 = [Z, [\Omega]]$ $\qquad$ $Z^*_2 = [[\Omega], Z]$

$Z^*_3 = [\Omega, [Z]]$ $\qquad$ $Z^*_4 = [[Z], \Omega]$.

$\Omega^*_1 = [\Omega, [Z]]$ $\qquad$ $\Omega^*_2 = [[Z], \Omega]$

$\Omega^*_3 = [Z, [\Omega]]$ $\qquad$ $\Omega^*_4 = [[\Omega], Z]$

mit

$Z^*_1 = \Omega^*_3$

$Z^*_2 = \Omega^*_4$

$Z^*_3 = \Omega^*_1$

$Z^*_4 = \Omega^*_2$.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, Nicht-selbstidentische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Der semiotische Fundamentaldefekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980

Eigenrealität mit und ohne Transzendenz

1. In gewissem Sinne als Zusammenfassung – oder mindestens als Zwischenbilanz – seines letzten semiotischen Buches kann man den folgenden Passus Benses über die semiotische Eigenrealität verstehen: "Wenn nun das kosmologische Sein, das Universum im Sinne eines verknüpften 'unteilbaren Seins', als ein einseitiges (im Prinzip als stets zusammenhängendes oder wenigstens verknüpfbares) Sein aufgefaßt werden muß, dann kann es auch nur als Eigenrealität ohne Transzendenz repräsentierbar sein und als System der triadisch-kategorialen Realitäten-Relationen ontologisch existent und unserem rational funktionierenden Bewußtsein in produzierbaren triadisch geordneten Zeichen, Zahlen und ästhetischen Zuständen zugänglich werden" (Bense 1992, S. 51).

2. Die peirce-bensesche Semiotik ist konzipiert als ein semiotisches "Universum" (Bense 1983) im Sinne von modelltheoretischer Abgeschlossenheit, d.h. es enthält in Sonderheit nur die ihre Objekte bezeichnenden Zeichen, aber nicht die Objekte selbst. Diese Konzeption steht allerdings in Widerspruch zu Benses eigener Definition des Zeichens als "Metaobjekt" (Bense 1967, S. 9). Objekte bilden danach die Domänen von Abbildungen, deren Codomänen die Zeichen sind. Gehört also die "Zuordnung" (ibd.) von Zeichen zu Objekten zur Semiotik, so müssen auch die Domänen der Abbildung zur Semiotik gehören. Nun ist aber die Semiotik – wie sämtliche übrigen Wissenschaften – auf die zweiwertige aristotelische Logik gegründet, und somit ist die Dichotomie von Objekt und Zeichen isomorph derjenigen der logischen Position und Negation. Das Zeichen nimmt somit die Rolle der Negativität und damit des logischen Subjektes ein, während das Objekt diejenige der Position und damit des logischen Objektes einnimmt. Kronthaler (1992) hat also sehr recht, wenn er feststellt, daß innerhalb der Identitätssemiotik Objekt und Zeichen einander "ewig transzendent" sind.

3. Allerdings ist es, wie bereits in Toth (2014a) gezeigt, möglich, mittels der Systemtheorie eine gemeinsame Basis sowohl für die Semiotik als Universum der Zeichen als auch für die Ontik als Universum der Objekte zu konstruieren, oder vielleicht besser: zu rekonstruieren. Man setzt

$$Z^* = [Z, \Omega]$$

$\Omega^* = [\Omega, Z]$.

Da $Z^* = \Omega^{*-1}$ und also auch $\Omega^* = Z^{*-1}$ ist, folgt, daß sich die Definitionen Z^* und Ω^* nur in Bezug auf den jeweiligen Einbettungsgrad von Z und Ω unterscheiden, d.h. wir haben

$Z^* = [[Z, [\Omega]], [[Z], \Omega]$

$\Omega^* = [[\Omega, [Z]], [[\Omega], Z]$.

Damit ist – beinahe unversehens – der logische Identitätssatz für die Semiotik aufgehoben, denn die neuen Definitionen von Z^* und von Ω^* unterscheiden sich nicht nur durch Einbettung bzw. Nicht-Einbettung von Z und Ω, sondern auch durch deren Ordnung innerhalb der vier geordneten Paare, die paarweise dual zueinander sind. Während also in der Identitätssemiotik Subzeichen der Form

$S = \langle x.y \rangle$ mit $x, y \in \{1, 2, 3\}$

im Falle von $x = y$ als identisch erscheinen, vgl.

$\times(1.1) = (1.1)$

$\times(2.2) = (2.2)$

$\times(3.3) = (3.3)$,

ist dies nun nicht mehr der Fall, da ja

$\times \langle x.x \rangle \neq [[x, [x]], [[x], x]]$

ist. Daraus folgt unmittelbar, daß auch die Eigenrealität, welche die Nicht-Transzendenz des semiotischen Universums garantiert und die zweiwertig durch die Dualidentität

$\times(3.1, 2.2, 1.3) = (3.1, 2.2, 1.3)$

verbürgt ist, wegen

$(3.1) \neq [[3.[1]], [[3].1], [1.[3]], [[1].3]]$

$(2.2) \neq [[2.[2]], [[2].2]]$

$(1.3) \neq [[1.[3]], [[1].3], [3.[1]], [[3].1]]$

hinfällig wird. Wir haben somit allein durch den in Toth (2014b) eingeführten Einbettungsoperator E, d.h. ohne die materielle logische Wertigkeit der aristotelischen semiotischen Basis aufzugeben, die Semiotik in ein System mit Transzendenz transformiert, denn die jeweils dualen verdoppelten Einbettungsrelationen in

$Z^* = [[Z, [\Omega]], [[Z], \Omega]$

$\Omega^* = [[\Omega, [Z]], [[\Omega], Z]$.

sind ja, wie wir soeben demonstriert haben, nicht nur für die Dichotomie zwischen Objekt und Zeichen, d.h. zeichenextern, sondern auch für die paarweisen Dichotomien zwischen M, O und I, d.h. zeichenintern, gültig. Anders ausgedrückt, wird also die präsemiotische Basisdichotomie, die der logischen Dichotomie von Position und Negation isomorph ist, vermittels des Einbettungsoperators von den semiotischen Subrelation und damit von den Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken "mitgeführt".

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Der semiotische Fundamentaldefekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Semiotische Einbettungsrelationen und Abbildungstypen

1. Im Anschluß an Toth (2014), wo wir durch Anwendung des Einbettungsoperators E auf die allgemeine Form semiotischer Subrelationen

S = [x, y]

E(S) = [[x, [y], [[y], x], [[x], y], [y, [x]]]

(mit x, y ∈ {1, 2, 3}) erhalten hatten, können wir nun sämtliche 9 semiotischen Subrelationen auf Quadrupel bzw. Paare von semiotischen Einbettungsrelationen abbilden.

(1.1) → [[1, [1]], [[1], 1]]

(1.2) → [[1, [2]], [[2], 1], [[1], 2], [2, [1]]]

(1.3) → [[1, [3]], [[3], 1], [[1], 3], [3, [1]]]

(2.1) → [[2, [1]], [[1], 2], [[2], 1], [1, [2]]]

(2.2) → [[2, [2]], [[2], 2]]

(2.3) → [[2, [3]], [[3], 2], [[2], 3], [3, [2]]]

(3.1) → [[3, [1]], [[1], 3], [[3], 1], [1, [3]]]

(3.2) → [[3, [2]], [[2], 3], [[3], 2], [2, [3]]]

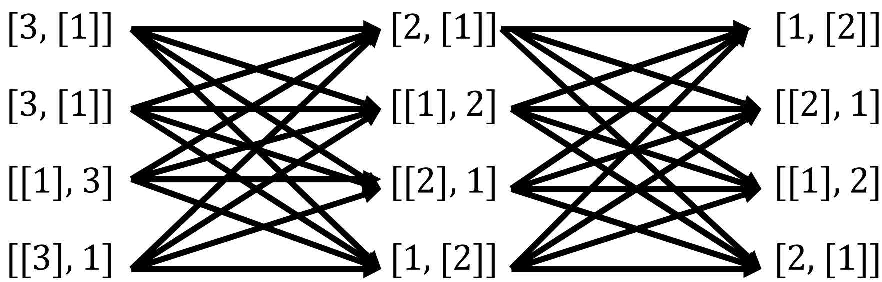
(3.3) → [[3, [3]], [[3], 3]]

Wie man sieht, haben natürlich nur die sog. genuinen Subzeichen aus der Hauptdiagonalen der semiotischen Matrix Paare statt Quadrupel als Codomänen. Von diesen erscheint (1.1) nur bei einem einzigen Dualsystem. (3.3) erscheint ferner innerhalb der die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix bildenden Kategorienklasse.

2.1. 1. Abbildungstypus

Zu diesem Abbildungstypus gehören alle Dualsysteme, welche keine genuinen Subrelationen aufweisen.

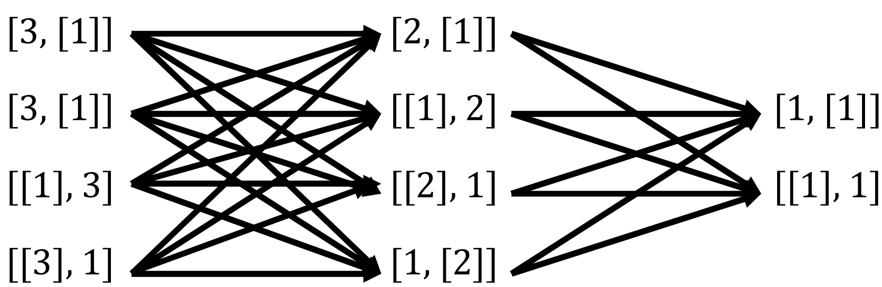
(3.1, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 1.3) →



2.2. 2. Abbildungs-Typus

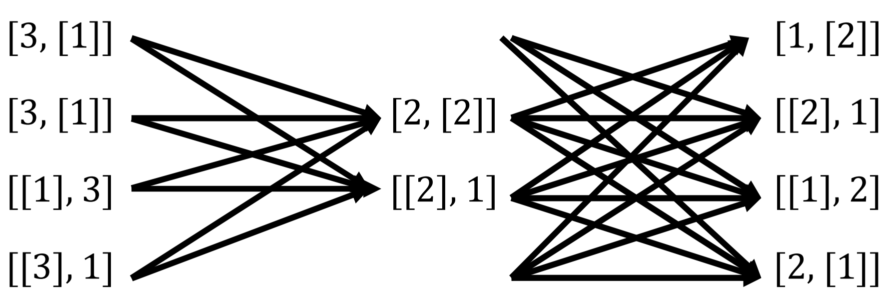
Zu diesem Abbildungstypus gehört nur das folgende Dualsystem.

(3.1, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 1.3) →



2.3. 3. Abbildungstypus

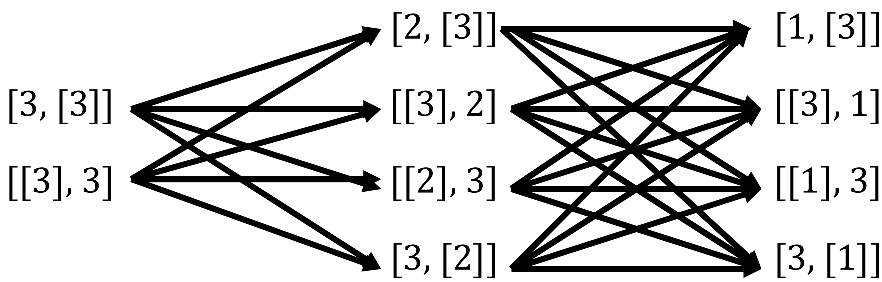
(3.1, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 1.3) →



2.4. 4. Abbildungstypus

Zu diesem Abbildungstypus gehört nur das folgende Dualsystem.

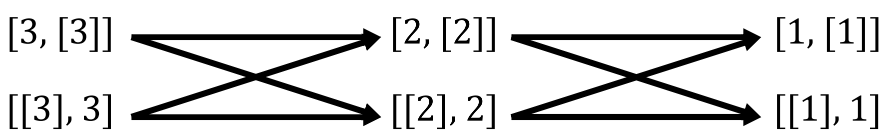
(3.3, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 3.3) →



2.5. 5. Abbildungstypus

Zu diesem Abbildungstypus gehört nur das folgende Dualsystem, das jedoch nicht zu den regulären semiotischen Dualsystemen zählt.

(3.3, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 3.3) →



Literatur

Toth, Alfred, Der semiotische Fundamentaldefekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Ränder und Einbettungsstufen

1. Die 2-wertige logische Basisrelation

$L = [p, \neg p]$

wird von sämtlichen Logiken – die günthersche polykontexturale Logik eingeschlossen – dahingehend interpretiert, daß zwischen den beiden Werten p und $\neg$p eine Kontexturgrenze verläuft, d.h. daß alle Objekte, auf die p zutrifft, nicht- $\neg$p sind und alle Objekte, auf die $\neg$p zutrifft, nicht-p sind, daher gilt auch die doppelte Negation $\neg\neg p \equiv p$. Die drei Grundgesetze des Denkens, d.h. der Satz der Identität, der Satz des verbotenen Widerspruchs und der Satz des ausgeschlossenen Dritten, können daher paarweise durch einander definiert werden, da sie alle die gleiche logische Aussagen machen, daß nämlich $p \neq \neg p$ ist.

2. Die Frage ist jedoch, wie man diese Aussage

$p \neq \neg p$

logisch begründet. Erstens gibt es neben der Identität $\neg\neg p \equiv p$ noch eine Gleichheit, die allerdings nicht ein, sondern zwei Objekte voraussetzt, daher ist die Ungleichheit in $p \neq \neg p$ offenbar eine Negation von Identität und nicht von Gleichheit und widerspricht sich selbst, da diese Ungleichheit nur dann sinnvoll ist, wenn von einem einzigen Objekt die Rede ist. Zweitens aber hält eine Logik der Form L überhaupt keine Handhabe bereit, um eine solche Ungleichung aufzustellen. Es wurde zwar, wie allgemein bekannt ist, auf zahlreiche Weise versucht, logische Identität zu definieren (vgl. Menne 1992, S. 65 ff.), aber das Verhältnis von Nicht-Identität und Nicht-Gleichheit liegt in tiefstem formalem (und auch inhaltlichem) Dunkel. Sobald zwei Objekte auch nur in einem Merkmal nicht übereinstimmen, sind sie ungleich, wann aber sind sie gleich? Gibt es auf ontischer Ebene – und von nichts anderem als von Objekten ist ja auch in der Logik die Rede – überhaupt eine Unterscheidung von Gleichheit und Identität? Nehmen wir einmal an, es gibt Gleichheit und es gibt Ungleichheit, dann muß es ein Drittes geben, welches überhaupt die Möglichkeit einräumt, daß p nicht gleich p, sondern gleich nicht-p ist. In anderen Worten: Die stillschweigende Voraussetzung $p \neq \neg p$, auf der die Grundgesetze des Denkens ruhen, unter ihnen also der Drittensatz, lautet, daß es ausgerechnet ein solches Drittes geben muß, um die beiden Fälle $p = \neg p$ und $p \neq \neg p$ voneinander zu unterscheiden. In einer Logik, die keinen dritten Wert neben p und $\neg$ p zuläßt, können diese beiden Werte ja nur Spiegelungen von einander sein, vgl. dazu bereits Günther (2000, S. 230): "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent".

3. Der auch von der polykontexturalen Logik gezogene Schluß, daß zwischen p und $\neg$ p in L eine Kontexturgrenze verläuft, ist also falsch – und übrigens im Falle der güntherschen Logik auch unverständlicherweise falsch, da Günther und seine Nachfolger die metaphysische Äquivalenz von p und $\neg$ p ja gesehen haben. Da dies nun so ist, folgt, daß in L $p = \neg p$ ist, es sei denn, es gibt trotzdem ein Tertium, welches die Differenz zwischen p und $\neg$ p einführt. Eine solche Möglichkeit wurde in Toth (2014) eingeführt. Da die 2-wertige Logik (wie auch die polykontexturale, die 2-wertige Logiken als Teilsysteme enthält) zwischen designierten und nicht-designierten Werten unterscheidet, wobei merkwürdigerweise in beiden Logiken immer p und also niemals $\neg$ p als der designierte Wert auftritt, ist es möglich, nicht-designierte Werte durch einen Einbettungsoperator E auf eine andere Einbettungsstufe zu setzen. Das bedeutet, daß

$E(L) = [p, [p]]$

oder

$E(L) = [[p], p]$

ist. Wie man sieht, braucht man nun auch die Negation nicht mehr, d.h. man kommt im Falle von L mit einem einzigen Wert aus. Ob man diesen als Wahr oder als Falsch bezeichnet, ist eine Frage der Semiotik und keine der Logik, oder wie Günther sich ausdrückte: "Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht" (2000, S. 230 f.).

Man kann ferner E iterieren und erhält auf diese Weise Hierarchien von Einbettungsstufen

E(L) = [p, [p]]

E(E(L)) = [p, [[p]]]

E(E(E(L))) = [p, [[[p]]]], ...

oder

E(L) = [[p], p]

E(E(L)) = [[[p]], p]

E(E(E(L))) = [[[[p]]], p], ...

Setzt man nun wahlweise Ω (Objekt) oder Σ (Subjekt) für p ein, so bekommt man also theoretisch unendlich tiefe Einbettungsstufen sowohl für das Objekt als auch für das Subjekt, d.h. nicht nur Subjekte – wie in der polykontexturalen Logik angenommen –, sondern auch Objekte haben "Reflexionstiefen". Daß gerade die Ontik an solchen objektalen Reflexionsstrukturen interessiert ist, dürfte kaum verwundern angesichts der Tatsache, daß die Ontik davon ausgeht, daß es keine absoluten Objekte und Subjekte gibt, d.h. daß jedem Objekt ein Subjektanteil und jedem Subjekt ein Objektanteil inhäriert. Dies ist übrigens eine notwendige Folgerung aus der Tatsache, daß in der 2-wertigen Logik L ohne Annahme eines selbstwidersprüchlichen Tertiums $p = \neg p$ gilt.

4. Transformiert man nun also

$\tau \quad [L = [p, \neg p]] \rightarrow [p, [p]] \,/\, [[p], p],$

so fungiert als "Tertium" der Operator E, und es gilt selbstverständlich

$p \neq [p],$

und zwar ohne einen dritten Wert zwischen oder außerhalb der Werte von L annehmen zu müssen.

Allerdings folgt aus $p \neq [p]$ weiterhin, daß die beiden sich durch ihre Einbettungsstufe unterscheidenden Werte Ränder haben, d.h. daß entweder

$R[p, [p]] = \emptyset$

oder

$R[p, [p]] \neq \emptyset$

ist. Trifft der letztere Fall zu, so folgt außerdem, daß

$R[p, [p]] \neq R[[p], p]$,

etwa in der Weise, wie der Blick aus einem Fenster oder in ein Fenster ebenfalls perspektivisch geschieden sind. Für Hierarchien von Einbettungen gilt also der erstere Fall in Sonderheit dann, wenn sich die beiden Glieder eines Randes durch mehr als eine Einbettungsstufe unterscheiden, vgl.

$L_1 = [p, [p]]$	$L_1^{-1} = [[p], p]$
p	p
R ---------------	R ---------------
p	p,

aber

$L_2 = [p, [[p]]]$	$L_2^{-1} = [[[p]], p]$
p	p
R ---------------	R ---------------
---------------	---------------
p	p

Um wiederum ein impressionistisches Beispiel zur Illustration heranzuziehen: Die Decke meines Büros ist zwar der untere Teil eines vertikalen Teilsystemrandes, dessen oberer Teil der Fußboden des Büros eines Kollegen ist, nicht aber derjenige des Fußbodens des Kollegen zwei oder mehr Stockwerke über mir.

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Possession, Copossession und Einbettung

1. Bereits in Toth (2014a) wurde gezeigt, daß die aus Bense (1979, S. 53, 67) herleitbare, von ihm selbst als "Relation über Relationen" bezeichnete Zeichenrelation durch

$$ZR = (M \subset ((M \subset O) \subset (M \subset O \subset I))),$$

d.h. als ein System mit Selbstenthaltung, welche das Fundierungsaxiom der Zermelo-Fraenkelschen Mengentheorie außer Kraft setzt, definiert werden kann.

2. Nun hatten wir in Toth (2014b) ferner gezeigt, daß man, statt von einer 2-wertigen Dichotomie

$$S^* = [S, U]$$

auszugehen, Systeme, wie natürlich alle dichotomischen Relationen, dadurch definieren kann, daß man zuerst einen der beiden Werte durch den anderen definiert

$S_1^* = [S, U[S]]$ $\qquad$ $S_2^* = S_1^{*-1} = [U[S], S]$

$S_3^* = [[S], U[S]]$ $\qquad$ $S_4^* = S_3^{*-1} = [U[S], [S]],$

und dann die Wertedifferenz durch Einführung eines Einbettungsoperators eliminiert

$$S_1^* = [S, [S]]$$

$$S_2^* = S_1^{*-1} = [[S], S].$$

3. Nimmt man die in 1. und 2. gewonnenen Ergebnisse zusammen, folgt daraus, daß man die Zeichenrelation nun auf dreifache Weise mit jeweils einer der drei Fundamentalkategorien definieren kann

$$M^* = [M, [M, [M]]]$$

$$O^* = [O, [O, [O]]]$$

$$I^* = [I, [I, [I]]].$$

Daraus folgt weiter, daß die obige lineare Definition von ZR nicht die einzige ist, sondern daß dazu noch eine vertikale besteht, so daß lineare und vertikale Systemdefinitionen jeweils Paare orthogonaler Relationen bilden. D.h. wir haben für das Zeichen neben

$M^* = [M \subset [M \subset [M]]]$

M M

M bzw. M

M M

$O^* = [O \subset [O \subset [O]]]$

O O

O bzw. O

O O

$I^* = [I \subset [I \subset [I]]]$

I I

I bzw. I

I I

Die diesen linearen und vertikalen copossessiven Inklusionsketten bzw. –hierarchien korrespondierenden possessiven erhält man durch Dualisation, welche im Falle der Semiotik mit Konversion zusammenfällt, also z.B. $M^{*-1} = [[[M] \supset M] \supset M]$ und Reflexion der vertikalen Orthogonalrelationen.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Copossessivität, Exessivität, Inklusion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Ontische Filterung und konverser Zoom. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Zeichenzahlen als imaginäre Zahlen

1. Nach einem Vorschlag von Bense (1976, S. 60) kann man die Menge der Zeichenzahlen

S = (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3)

in einem kartesischen Koordinatensystem wie folgt darstellen

Dabei gilt also

$(P_{td} \neq P_{tt}) = (x.) \neq (.x)$ für $(x.) \in P_{td}$ und $(.x) \in P_{tt}$.

2. Zeichenzahlen als Elemente von S unterscheiden sind also von den von Bense (1981, S. 17 ff.) auch als Primzeichen bezeichneten Zeichenzahlen als Elemente von P = (1, 2, 3), insofern die letzteren die Peanoaxiome erfüllen (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.), die ersteren aber nicht, sondern den doppelt positiven Quadranten eines gaußschen Zahlenfeldes bilden, wobei man somit entweder P_{td} oder P_{tt} als imaginäre Achse auffassen kann. Rein formal könnte man somit für jede Zeichenzahl der Form $S = <a.b>$ vier reell-imaginäre kartesische Produkte definieren

$<a.b>$ $\qquad$ $<a.b_i>$

$<a_i.b>$ $\qquad$ $<a_i.b_i>$.

Nun hatten wir allerdings bereits in Toth (2014a) gezeigt, daß wir wegen $(P_{td} \neq P_{tt})$ für jedes $S = <a.b>$ ein Quadrupel der Form

$S_1 = [a, [b]]$ $\qquad$ $S_2 = [[b], a]$

$S_3 = [[a], b]$ $S_4 = [b, [a]]$

mit $S_2 = S_1^{-1}$ und $S_4 = S_3^{-1}$

bekommen. Wenn wir also annehmen, daß wir die Imaginarität entweder von P_{td} oder von P_{tt} ebenfalls durch Anwendung des Einbettungsoperators E definieren dürfen, dann wird vermöge der reell-imaginären kartesischen Produkte aus dem Quadrupel ein Octupel

$S_1 = [a, [b]]$ $S_2 = [[b], a]$

$S_3 = [[a], b]$ $S_4 = [b, [a]]$

$S_5 = [a, b]$ $S_6 = [b, a]$

$S_7 = [[a], [b]]$ $S_8 = [[b], [a]]$

(mit $S_6 = S_5^{-1}$ und $S_8 = S_7^{-1}$). Wie man allerdings zeigen kann (vgl. Toth 2014b-d), sind die beiden zusätzlichen Paare S_5/ S_6 und S_7/ S_8 redundant, da das erste Paare keine Einbettung und das zweite Paar eine redundante Einbettung enthält. Daraus folgt also, daß sich die Imaginarität von P_{td} oder von P_{tt} allein durch das Paar

$S_1 = [a, [b]]$

$S_2 = [[a], b]$

sowie eines Konversionsoperators K darstellen läßt, d.h. wir können die Menge S von Zeichenzahlen durch das Tripel

$S = (S_1, S_2, K)$

definieren.

3. Man beachte, daß die Definition $S = (S_1, S_2, K)$ auch ausreicht, um quaternionäre Zeichenzahlen zu definieren. Dabei ist auszugehen von

$S^* = [a, [b, [c, [d]]]]$,

worin a reell und b, c, d imaginär sind. Bei den 4! = 24 Permutationen

$S_1^* = [a, [b, [c, [d]]]]$

$S_2^* = [b, [a, [c, [d]]]]$

$S_3^* = [c, [b, [a, [d]]]]$

$S_4^* = [d, [b, [c, [a]]]]$, usw.,

die man erhält, kann man wegen der für komplexe Zeichenzahlen möglichen Reduktion der Quadrupel auf Paare, wie sie oben gezeigt wurde, auf die zu S_1^* ... S_{24}^* konversen quaternionären Zeichenzahlen verzichten. Da Imaginarität ja durch Anwendung des Einbettungsoperators E definiert wurde, sind die drei quaternionären Zeichenzahlen jeweils paarweise als Einbettungen von Einbettungen definierbar, d.h. es ändert sich gegenüber den komplexen Zeichenzahlen überhaupt nichts.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Gerichtete Ränder und systemische Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Positionskonstanz von Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Zählen mit Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Toth, Alfred, Kardinalität, Distribution und Position bei Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014d

Kann es konjugierte Zeichenzahlen geben?

1. In Toth (2014a) hatten wir gezeigt, daß es sinnvoll ist, bei komplexen Zeichenzahlen der Form

$S = <a.b>$

mit $a \in P_{td}$ und $b \in P_{td}$ sowie a, b $\in$ {1, 2, 3} die folgenden vier Möglichkeiten imaginärer Zeichenzahlanteile zu unterscheiden

$<a.b> \qquad <a.b_i>$

$<a_i.b> \qquad <a_i.b_i>$.

Nach Toth (2014b) sind diese den folgenden vier Paaren eingebetteter semiotischer Subrelation äquivalent

$<a.b> = [a, b]$

$<a.b_i> = [a, [b]]$

$<a_i.b> = [[a], b]$

$<a_i.b_i> = [[a], [b]]$.

Dabei scheiden allerdings gemäß der Definition des semiotischen Einbettungsoperators (vgl. Toth 2014c) [a, b] und [[a], [b]] aus, so daß komplexe Zeichenzahlen auf die beiden folgenden semiotischen Einbettungsstrukturen reduzierbar sind

$<a.b_i> = [a, [b]]$ mit $<a.b_i>^{-1} = [[b], a]$

$<a_i.b> = [[a], b]$ mit $<a_i.b>^{-1} = [b, [a]]$.

2. Konkret gesprochen, bedeutet dies, daß

$\times(a.b) \neq (b.a)$,

d.h. daß z.B. die Dualisation eines Symbols (1.3) zwar quantitativ, aber nicht qualitativ mit dem Rhema (3.1) zusammenfällt. In Sonderheit folgt daraus, daß fürdie sogenannte dualidentische Zeichenklasse der Eigenrealität

$\times$ (3.1, 2.2, 1.3) =

(3.1, 2.2, 1.3)

die beiden identisch erscheinenden (und hier untereinander geschriebenen) Paare von Subrelationen nicht-identisch sind, denn das Rhema (3.1) der Zeichenthematik ist das dualisierte Legizeichen der Realitätsthematik – et vice versa. Und selbst beim "genuinen" Index (2.2) besteht keine Identität, denn nach dem oben Gesagt gilt selbstverständlich

$\times[3,[1]] = [[1], 3]$

$\times[[3], 1] = [1, [3]]$

und also $[3, [1]] \neq [[3], 1]]$ sowie $[[1], 3] \neq [1, [3]]$.

$\times[2, [2]] = [[2], 2]$

$\times[[2], 2] = [2, [2]]$

und also $[2, [2]] \neq [[2], 2]$ sowie $[[2], 2] \neq [2, [2]]$.

Daraus folgt also, daß im abstrakten Paar komplexer Zeichenzahlen

$<a.b_i> = [a, [b]]$ mit $<a.b_i>^{-1} = [[b], a]$

$<a_i.b> = [[a], b]$ mit $<a_i.b>^{-1} = [b, [a]]$

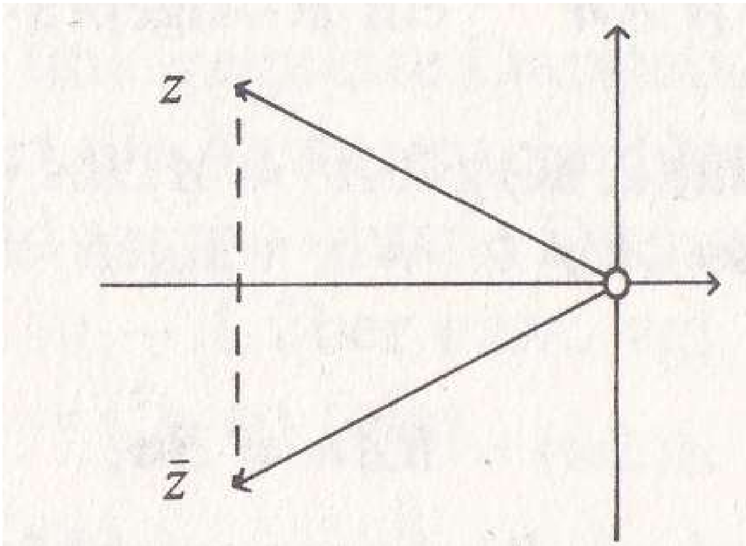
sich die beiden dualen Paare in qualitativer Konjugationsrelation befinden. Anders gesagt, für jedes der beiden Paare, d.h. für [a, [b]] und [[a], b] einerseits sowie für [[b], a] und [b, [a]] andererseits gilt die aus der Mathematik natürlich bekannte Spiegelungstransformation einer komplexen Zahl der abstrakten Form

$z = a + bi$

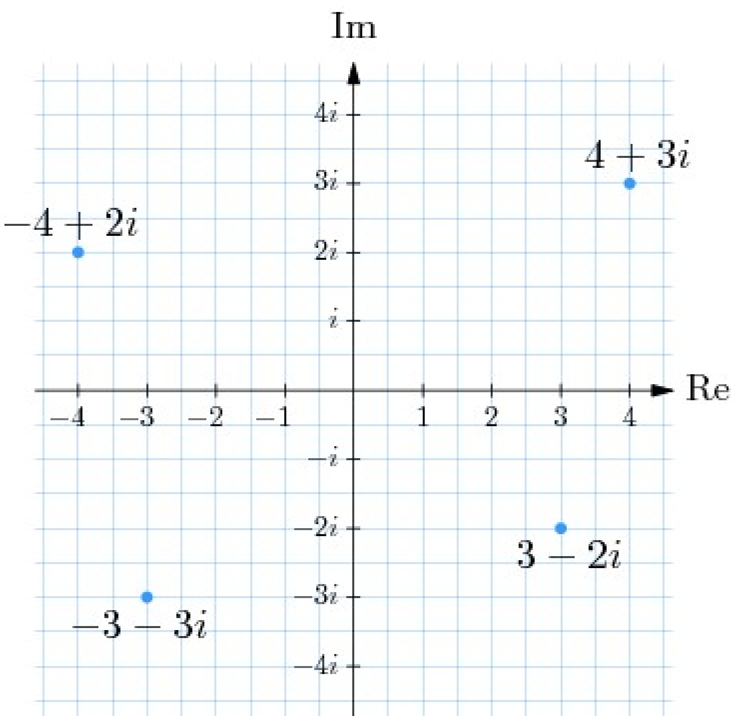
und ihrer zugehörigen Konjugierten der abstrakten Form

$\bar{z} = a - bi$,

deren geometrisches Verhältnis am einfachsten durch das folgende Diagramm aus Ebbinghaus et al. (1992, S. 58) darstellbar ist.



Sie gilt allerdings nicht nur für zwei, sondern für alle vier Quadranten der Gaußschen Zahlenebene



In anderen Worten: Es folgt aus unseren Betrachtungen nichts Geringeres als die Existenz negativer Zeichen, eine Vermutung, die ich, allerdings vor einem vollkommen anderen Hintergrund, bereits anfangs der 1990er Jahre anläßlich eines Semiotikkongresses in Stuttgart geäußert hatte und die damals, nach dem Tode Max Benses, auf sehr großes Unverständnis gestoßen war.

Literatur

Ebbinghaus, Heinz-Dieter et al., Zahlen. 3. Aufl. Berlin 1992

Toth, Alfred, Zeichenzahlen als imaginäre Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Dyadenpaare als bikomplexe Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Abbildungen komplexer Zeichenzahlen

1. Im Anschluß an Toth (2014a) gehen wir aus von der algebraischen Struktur komplexer Zeichenzahlen

Z = (<a.b>, ×, *)

mit a, b ∈ {1, 2, 3},

darin <a.b> die allgemeine Form der benseschen semiotischen Subrelationen, × die bensesche Dualrelation und * die in Toth (2014b) eingeführte Operation der Einbettungsreflexion darstellt. Wir können dann wie folgt ein komplexes semiotisches Zahlenfeld konstruieren.

	-z = -a + bi		z = a + bi		
[[1], 1]	[[2], 1]	[[3], 1]	[1, [1]]	[2, [1]]	[3, [1]]
[[1], 2]	[[2], 2]	[[3], 2]	[1, [2]]	[2, [2]]	[3, [2]]
[[1], 3]	[[2], 3]	[[3], 3]	[1, [3]]	[2, [2]]	[3, [3]]
	-$\bar{z}$ = -a – bi		$\bar{z}$ = a – bi		
[1, [1]]	[1, [2]]	[1, [3]]	[[1], 1]	[[1], 2]	[[1], 3]
[2, [1]]	[2, [2]]	[2, [3]]	[[2], 2]	[[2], 2]	[[2], 3]
[3, [1]]	[3, [2]]	[3, [3]]	[[3], 1]	[[2], 2]	[[3], 3].

2. Wir können also genau 6 Abbildungen komplexer Zeichenzahlen unterscheiden.

2.1. [x, [y]] → [[y], x] ≅ [z = a + bi] → [$\bar{z}$ = a – bi]

2.2. [x, [y]] → [[x], y] ≅ [z = a + bi] → [-z = -a + bi]

2.3. [x, [y]] → [y, [x]] ≅ [z = a + bi] →[-$\bar{z}$ = -a – bi]

2.4. [[y], x] → [[x], y] ≅ [$\bar{z}$ = a – bi] → [-z = -a + bi]

2.5. [[y], x] → [y, [x]] ≅ [$\bar{z}$ = a – bi] → [-$\bar{z}$ = -a – bi]

2.6. [[x], y] → [y, [x]] ≅ [-z = -a + bi] → [-$\bar{z}$ = -a – bi]

Bedient man sich zur Darstellung dieser Abbildungen der semiotischen Basisoperationen × und *, dann haben wir

2.1. [x, [y]] → [[y], x] = ×[x, [y]]

2.2. [x, [y]] → [[x], y] = *[x, [y]]

2.3. [x, [y]] → [y, [x]] = ×*[x, [y]]

2.4. [[y], x] → [[x], y] = ×*[x, [y]]

2.5. [[y], x] → [y, [x]] = *[x, [y]]

2.6. [[x], y] → [y, [x]] = ×[x, [y]],

d.h. wir bekommen drei Paare von operational gleichen Abbildungen

2.1. [x, [y]] → [[y], x] = ×[x, [y]]

2.6. [[x], y] → [y, [x]] = ×[x, [y]]

2.2. [x, [y]] → [[x], y] = *[x, [y]]

2.5. [[y], x] → [y, [x]] = *[x, [y]]

2.3. [x, [y]] → [y, [x]] = ×*[x, [y]]

2.4. [[y], x] → [[x], y] = ×*[x, [y]].

3. Verwendet man schließlich den in Toth (2013c) eingeführten Einbettungs-oprator E, welcher reelle in komplexe Zeichenzahlen transformiert, haben wir

E_x([x, y]) = [[x], y]

$E_y([x, y]) = [x, [y]]$

$E_x([y, x]) = [y, [x]]$

$E_y([x, y]) = [x, [y]]$.

Literatur

Toth, Alfred, Reelle und imaginäre ontische Strukturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Dualisation und Einbettungsreflexion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Paarzahlen und Quadrupel-Zahlen

1. Peano-Zahlen sind, wie allgemein bekannt ist, linear durch die 5 Peano-Axiome geordnet

P = 1, 2, 3, ..., n.

Benses Absicht der Einführung seiner "Primzeichen" genannten Zeichenzahlen (Bense 1981, S. 17 ff.) setzt daher den, ebenfalls von Bense geführten, Nachweis der Isomorphie von Peano-Zahlen und Zeichenzahlen voraus (vgl. Bense 1975, S 167 ff.).

2. Ordnet man die Zeichen in einer der sechs Permutationen der Primzeichen-Relation

Z = (1, 2, 3)

an, d.h. in den Ordnungen (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2) oder (3, 2, 1), so ändert sich natürlich nichts an deren Linearität, die wir durch

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$

veranschaulichen können. Nur hatten wir bereits in Toth (2014) nachgewiesen, daß die drei dyadischen Teilrelationen von Z, d.h. (1, 2), (2, 3) und (1, 3), um deren Haupt- und Stellenwerte zu unterscheiden, in Form von Einbettungen notiert werden müssen. Damit erscheint jede abstrakte dyadische Relation der Form S = [x.y] in vier möglichen Formen

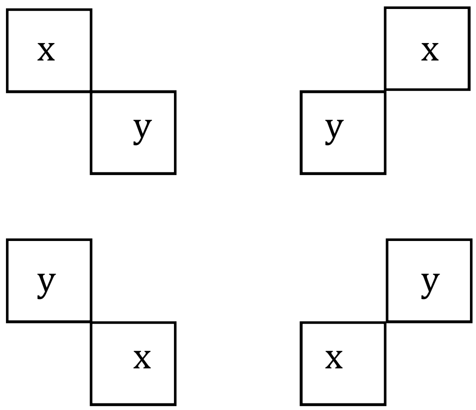
[x, [y]]	[[y], x]
[[x], y]	[y, [x]],

so daß wir also für die drei dyadischen Teilrelationen von Z ein Tripel von Quadrupeln

[1, [2]]	[[2], 1]	[2, [3]]	[[3], 2]
[[1], 2]	[2, [1]]	[[2], 3]	[3, [2]]
[1, [3]]	[[3], 1]		

[[1], 3]   [3, [1]]

erhalten. Nun sind diese eingebetteten Relationen zueinander dualer Paare natürlich nicht mehr linear, sondern orthogonal, und wir können sie durch



darstellen. Dabei gilt also nicht mehr nur

[x.y] ≠ [y.x],

sondern wir bekommen statt eines Paares ein Quadrupel von Ungleichungen

[x, [y]]	≠	[[y], x]
≠		≠
[[x], y]	≠	[y, [x]].

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Zeichen und Einbettungsstufen

1. Ordnet man die Zeichen in einer der sechs Permutationen der Primzeichen-Relation

Z = (1, 2, 3)

an, d.h. in den Ordnungen (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2) oder (3, 2, 1), so ändert sich natürlich nichts an deren Linearität, die wir durch

$\boxed{1}\quad\boxed{2}\quad\boxed{3}$

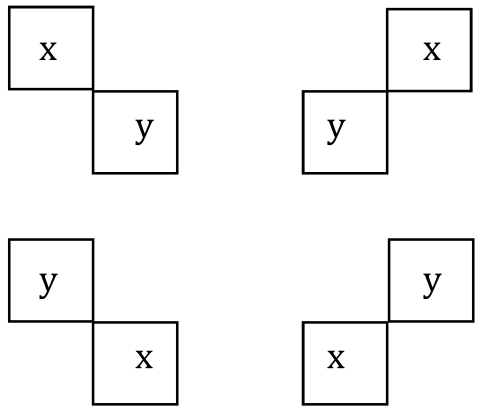
veranschaulichen können. Nur hatten wir bereits in Toth (2014) nachgewiesen, daß die drei dyadischen Teilrelationen von Z, d.h. (1, 2), (2, 3) und (1, 3), um deren Haupt- und Stellenwerte zu unterscheiden, in Form von Einbettungen notiert werden müssen. Damit erscheint jede abstrakte dyadische Relation der Form S = [x.y] in vier möglichen Formen

[x, [y]]	[[y], x]
[[x], y]	[y, [x]],

so daß wir also für die drei dyadischen Teilrelationen von Z ein Tripel von Quadrupeln

[1, [2]]	[[2], 1]	[2, [3]]	[[3], 2]
[[1], 2]	[2, [1]]	[[2], 3]	[3, [2]]
[1, [3]]	[[3], 1]		
[[1], 3]	[3, [1]]		

erhalten. Nun sind diese eingebetteten Relationen zueinander dualer Paare natürlich nicht mehr linear, sondern orthogonal, und wir können sie durch



darstellen. Dabei gilt also nicht mehr nur

[x.y] ≠ [y.x],

sondern wir bekommen statt eines Paares ein Quadrupel von Ungleichungen

[x, [y]]	≠	[[y], x]
≠		≠
[[x], y]	≠	[y, [x]].

2. Diese Zusammenfassung aus Toth (2015) sei nun als Ausgangspunkt dafür genommen, den in Toth (2014) eingeführten Einbettungsoperator auch auf P = (1, 2, 3) selbst, d.h. nicht nur auf dyadische Teilrelationen, sondern auf triadische Relationen anzuwenden. Dabei sind natürlich drei Einbettungsstufen zu unterscheiden.

2.1. Eine Einbettungsstufe

Dies ist der lineare Fall der mit den Peanozahlen isomorphen Zeichenzahlen bzw. Primzeichen.

1	2	3

2	1	3

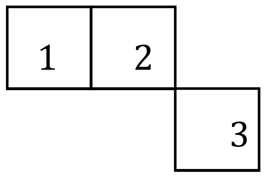
3	1	2

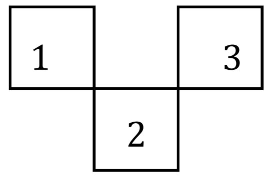
1	3	2

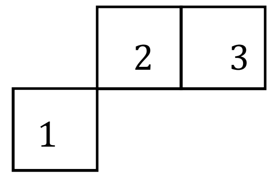
2	3	1

3	2	1

2.2. Zwei Einbettungsstufen



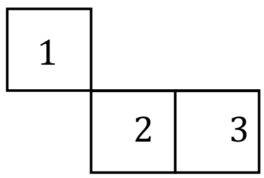


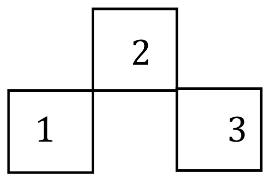


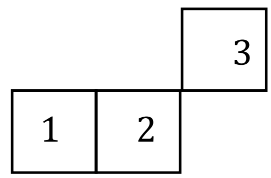
Z = [1, 2, [3]]

Z = [1, [2], 3]

Z = [[1], 2, 3]



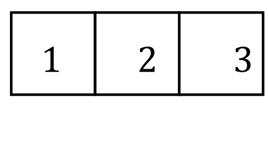


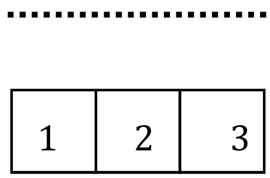


Z = [1, [2, 3]]

Z = [[1], 2, [[3]]

Z = [[1, 2], 3]

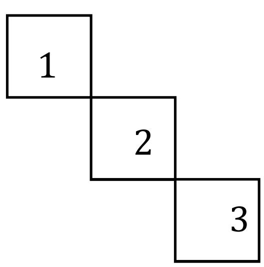


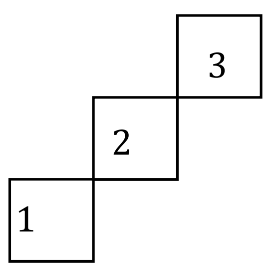


Z = [1, 2, 3]

Z = [[1, 2, 3]]

2.3. Drei Einbettungsstufen





Für alle in 2.1. bis 2.3. dargestellten Einbettungsstrukturen können natürlich jeweils die 6 permutationellen Ordnungen von P eingesetzt werden.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Paarzahlen und Quadrupelzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Zu einer Arithmetik eingebetteter semiotischer Relationen

1. Zur Einleitung vgl. Toth (2014, 2015a, b).

2. Jede abstrakte dyadische semiotische Relation der Form S = [x.y] mit x, y ∈ {1, 2, 3} kann in vier möglichen Einbettungsstrukturen erscheinen

[x, [y]] [[y], x]

[[x], y] [y, [x]].

Es gilt für E[x.y] = [x.y]

[x.y] ≠ [y.x],

und für E[x.y] ≠ [x.y]

$$\begin{array}{ccc} [x, [y]] & \neq & [[y], x] \\ \neq & & \neq \\ [[x], y] & \neq & [y, [x]]. \end{array}$$

2.1. Addition

[x, [y]] + [x, [y]] = [x, [y]]

[x, [y]] + [[y], x] = [(x + [y]), ([y] + x)]

[x, [y]] + [[x], y] = [(x + [x]), ([y] + y)]

[x, [y]] + [y, [x]] = [(x + y), ([y] + [x]), usw.

2.2. Subtraktion

[x, [y]] –[x, [y]] = [x, [y]]

[x, [y]] – [[y], x] = [(x – [y]), ([y] – x)]

[x, [y]] – [[x], y] = [(x – [x]), ([y] – y)]

[x, [y]] – [y, [x]] = [(x – y), ([y] – [x]), usw.

3. Jede abstrakte triadische semiotische Relation der Form Z = [x, y, z] mit x, y, z ∈ {1, 2, 3} kann in neun möglichen Einbettungsstrukturen erscheinen

Z = [x, y, z]	Z = [[x, y, z]]	
Z = [[x], y, z]	Z = [x, [y], z]	Z = [x, y, [z]]
Z = [[x, y], z]	Z = [x, [y, z]]	Z = [[x], y, [[z]]
Z = [x, [y, [z]]		

3.1. Addition

[x, y, z] + [[x, y, z]] = [(x, y, z) + [x, y, z]]]

[x, y, z] + [[x], y, z] = [(x, y, z) + [[x], y, z]]

[x, y, z] + [x, [y], z] = [(x, y, z) + [x, [y], z]]

[x, y, z] + [x, y, [z]] = [(x, y, z) + [x, y, [z]]]

[x, y, z] + [[x, y], z] = [(x, y, z) + [[x, y], z]]

[x, y, z] + [x, [y, z]] = [(x, y, z) + [x, [y, z]]]

[x, y, z] + [[x], y, [[z]] = [(x, y, z) + [[x], y, [[z]]]

[x, y, z] + [x, [y, [z]] = [(x, y, z) + [x, [y, [z]]]

3.2. Subtraktion

[x, y, z] – [[x, y, z]] = [(x, y, z) – [x, y, z]]]

[x, y, z] – [[x], y, z] = [(x, y, z) – [[x], y, z]]

[x, y, z] – [x, [y], z] = [(x, y, z) – [x, [y], z]]

[x, y, z] – [x, y, [z]] = [(x, y, z) – [x, y, [z]]]

[x, y, z] – [[x, y], z] = [(x, y, z) – [[x, y], z]]

[x, y, z] – [x, [y, z]] = [(x, y, z) – [x, [y, z]]]

[x, y, z] – [[x], y, [[z]] = [(x, y, z) – [[x], y, [[z]]]

$[x, y, z] – [x, [y, [z]] = [(x, y, z) – [x, [y, [z]]]$

Literatur

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Paarzahlen und Quadrupelzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zeichen und Einbettungsstufen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Einbettungstheoretische Semiotik I

1. Im Anschluß an Toth (2015a-c) definieren wir im folgenden eine Semiotik, welche im Gegensatz zu derjenigen von Peirce und Bense über eingebettete Zeichenzahlen verfügt (vgl. Toth 2014). Sie enthält die peirce-bensesche Semiotik, geht aber weit über sie hinaus.

2.1. Definition der Zeichenrelation

$Z = [(1, 2, 3), E]$,

darin E der Einbettungsoperator ist mit

$E(1) = [1]$

$E(2) = [2]$

$E(3) = [3]$

2.2. Jede dyadische Subrelation der Form $S = [x.y]$ (mit, $x, y \in \{1, 2, 3\}$) läßt sich durch Anwendung von E in vier möglichen Formen notieren

$[x, [y]] \qquad [[y], x]$

$[[x], y] \qquad [y, [x]]$.

Damit steht der paarweisen Ungleichung nicht-eingebetteter Subrelationen

$[x.y] \neq [y.x]$

das Quadrupel von Ungleichungen

$$\begin{array}{ccc} [x, [y]] & \neq & [[y], x] \\ \neq & & \neq \\ [[x], y] & \neq & [y, [x]] \end{array}$$

gegenüber.

2.3. Das vollständige System semiotischer Subrelationen

[1, [1]]	[[1], 1]	[1, [2]]	[[2], 1]	[1, [3]]	[[3], 1]
[[1], 1]	[1, [1]]	[[2], 1]	[1, [2]]	[[3], 1]	[1, [3]]
[2, [1]]	[[2], 1]	[2, [2]]	[[2], 2]	[2, [3]]	[[3], 2]
[[2], 1]	[1, [2]]	[[2], 2]	[2, [2]]	[[3], 2]	[2, [3]]
[3, [1]]	[[1], 3]	[3, [2]]	[[2], 3]	[3, [3]]	[[3], 3]
[[3], 1]	[1, [3]]	[[2], 3]	[3, [2]]	[[3], 3]	[3, [3]]

3. Die triadische Relation der Form Z = [x, y, z] kann auf 4 Einbettungsstufen erscheinen.

3.1. 0 Einbettungsstufen

Z = [1, 2, 3]	Z = [2, 1, 3]	Z = [3, 1, 2]
Z = [1, 3, 2]	Z = [2, 3, 1]	Z = [3, 2, 1]

3.2. 1 Einbettungsstufe

Z = [1, 2, [3]]	Z = [2, 1, [3]]	Z = [3, 1, [2]]
Z = [1, 3, [2]]	Z = [2, 3, [1]]	Z = [3, 2, [1]]
Z = [1, [2], 3]	Z = [2, [1], 3]	Z = [3, [1], 2]
Z = [1, [3], 2]	Z = [2, [3], 1]	Z = [3, [2], 1]
Z = [[1], 2, 3]	Z = [[2], 1, 3]	Z = [[3], 1, 2]
Z = [[1], 3, 2]	Z = [[2], 3, 1]	Z = [[3], 2, 1]

Z = [[1, 2, 3]]	Z = [[2, 1, 3]]	Z = [[3, 1, 2]]
Z = [[1, 3, 2]]	Z = [[2, 3, 1]]	Z = [[3, 2, 1]]

3.3. 2 Einbettungsstufen

Z = [1, [2, 3]]	Z = [2, [1, 3]]	Z = [3, [1, 2]]
Z = [1, [3, 2]]	Z = [2, [3, 1]]	Z = [3, [2, 1]]
Z = [[1], 2, [3]]	Z = [[2], 1, [3]]	Z = [[3], 1, [2]]
Z = [[1], 3, [2]]	Z = [[2], 3, [1]]	Z = [[3], 2, [1]]
Z = [[1, 2], 3]	Z = [[2, 1], 3]	Z = [[3, 1], 2]
Z = [[1, 3], 2]	Z = [[2, 3], 1]	Z = [[3, 2], 1]

3.4. 3 Einbettungsstufen

Z = [1, [2, [3]]]	Z = [2, [1, [3]]]	Z = [3, [1, [2]]]
Z = [1, [3, [2]]]	Z = [2, [3, [1]]]	Z = [3, [2, [1]]]
Z = [[[1], 2], 3]	Z = [[[2], 1], 3]	Z = [[[3], 1], 2]
Z = [[[1], 3], 2]	Z = [[[2], 3], 1]	Z = [[[3], 2], 1]

Weitere Einbettungsstufen setzen die Iteration von $E \rightarrow \{E^2, ..., E^n\}$ voraus, dann erhält man eingebettete Zeichenrelation wie z.B. Z = [[[1], 2], 3], [1, [[2], [[3]]], [[[2], [3]], 1], usw. Ferner kann man iterierte Einbettungsstufen natürlich miteinander kombinieren. Dadurch wird die einbettungstheoretische Semiotik zu einem System von kaum vorstellbarer Komplexität.

4. Operatoren

Für die nicht-einbettungstheoretische Semiotik gelten seit Beckmann (1976) die verbandstheoretische Vereinigung ⊔ und der Durchschnitt ⊓ anstelle der Peano-Addition und –Subtraktion. Sie gilt selbstverständlich darüber hinaus für alle Zeichenrelationen der gleichen Einbettungsstufe.

4.1. Addition von Subrelationen

[1, [2] + [1, [3]] = [1, [3]]

[[2], 1] + [[3], 1] = [[3], 1]

[[1], 2] + [[2], 1] = [[2], 1]]

[2, [1]] + [3, [1]] = [3, [1]]

4.2. Subtraktion von Subrelationen

[1, [3] – [1, [2]] = [1, [2]]

[[3], 1] – [[2], 1] = [[2], 1]

[[1], 3] – [[1], 2] = [[1], 2]]

[3, [1]] – [2, [1]] = [2, [1]]

4.3. Dagegen können Subrelationen ungleicher Einbettungsstufen nicht addiert bzw. subtrahiert werden.

[1, [2]] + [[2], 1] = [(1 + [2]), ([2] + 1)]

[1, [2]] + [[1], 2] = [(1 + [1]), ([2] + 2)]

[1, [2]] + [2, [1]] = [(1 + 2), ([2] + [1])], usw.

[1, [2]] – [[2], 1] = [(1 – [2]), ([2] – 1)]

[1, [2]] – [[1], 2] = [(1 – [1]), ([2] – 2)]

[1, [2]] – [2, [1]] = [(1 – 2), ([2] – [1])], usw., d.h. statt Addition (Vereinigung) bzw. Subtraktion (Durchschnitt) tritt hier eine neue Operation ein, die wir Determination nennen können, insofern jedes Paar der Form [[x.y], E] durch die beiden möglichen Fälle

$$[[x.y], E] \pm [[z.w], E] = [[[x.y], E] \leftarrow [[z.w], E]]$$

$$[[x.y], E] \pm [[z.w], E] = [[[x.y], E] \rightarrow [[z.w], E]]$$

darstellbar ist.

Literatur

Beckmann, Peter, Verbandstheoretische Darstellung der Subzeichen und Zeichenklassen. In: Semiosis 2, 1976, S 31-35

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Paarzahlen und Quadrupelzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zeichen und Einbettungsstufen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zu einer Arithmetik eingebetteter semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Einbettungstheoretische Semiotik II

1. Die Einführung eines Einbettungsoperators E, der jede Dichotomie der Form $L = [0, 1]$ auf ein Quadrupel der Form

$L^4 = [[0, [1]], [[1], 0], [[0], 1], [1, [0]]]$

abbildet, bedeutet, ein differentielles Tertium in die 2-wertige Logik einzuführen, d.h. ein solches, das zwar nicht durch die Einführung eines dritten Wertes die aristotelische Logik sprengt, aber indem die beiden in L spiegelbildlichen Werte in ein vierfach mögliches Abhängigkeitsverhältnis gesetzt werden. Da die Semiotik, wie im übrigen natürlich sämtliche Wissenschaften, auf der 2-wertigen Logik beruht, bedeutet die Abbildung

$E: \quad L \rightarrow L^4$

keine Aufhebung von L, sondern dessen Einbettung in eine sehr viel komplexere Struktur, von der L lediglich einen trivialen Fall – nämlich den beliebigen Austausch der Werte von L – darstellt. Mit E geht somit auch eine Relativierung sowohl der horizontalen Linearität als auch des Nachfolgeprinzips der Peanozahlen einher, denn E bewirkt eine Abbildung eines 1-dimensionalen Zahlenstrahles auf ein 2-dimensionales Zahlenfeld, indem es somit neben horizontaler auch vertikale und zwei diagonale Zählweisen gibt. Im folgenden werden die Grundtypen einer dermaßen zu konzipierenden einbettungstheoretischen Semiotik angegeben.

2. Grundtypen einer 3-stufigen Semiotik

2.1. 0-stufige Einbettung

Für $n = 0$ gibt es somit nur eine Ordnung O.

2.1.1. $O = 1$

$S = [M, O, I]$

2.2. 1-stufige Einbettung

2.2.1. O = (0, 1)

S = [[M], O, I]	S = [I, O, [M]]
S = [M, [O], I]	S = [I, [O], M]
S = [M, O, [I]]	S = [[I], O, M]

S = [[M, O], I]	S = [I, [O, M]]
S = [M, [O, I]]	S = [[I, O], M]
S = [[M], O, [I]]	S = [[I], O, [M]]

2.2.2. O = 1

S = [[M, O, I]]	S = [[I, O, M]]

2.3. 2-stufige Einbettung

2.3.1. O = 2

S = [[[M, O, I]]]

2.3.2. O = (2, 0)

S = [[[M]], O, I]	S = [I, O, [[M]]]
S = [M, [[O]], I]	S = [I, [[O]], M]
S = [M, O, [[I]]]	S = [[[I]], O, M]

S = [[[M, O]], I]	S = [I, [[O, M]]]
S = [M, [[O, I]]]	S = [[[I, O]], M]
S = [[[M]], O, [[I]]]	S = [[[I]], O, [[M]]]

2.3.3. O = (2, 1)

S = [[[M]], [O], [I]]　　S = [[I], [O], [[M]]]

S = [[[O]], [M], [I]]　　S = [[I], [M], [[O]]]

S = [[[I], [M], [O]]　　S = [[O], [M], [[I]]]

S = [[[M, O]], [I]]　　S = [[I], [[O, M]]]

S = [[[M, I]], [O]]　　S = [[O], [[I, M]]]

S = [[[O, I]], [M]]　　S = [[M], [[I, O]]]

2.3.4. O = (2, 1, 0)

S = [[[M]], [O], I]　　S = [I, [O], [[M]]]

S = [[[O]], [M], I]　　S = [I, [M], [[O]]]

S = [[[I]], [M], O]　　S = [O, [M], [[I]]]

2.3.5. O = (2, 2, 0)

S = [[[M]], [[O]], I]　　S = [I, [[O]], [[M]]]

S = [[[O]], [[M]], I]　　S = [I, [[M]], [[O]]]

S = [[[I]], [[M]], O]　　S = [O, [[M]], [[I]]]

2.3.6. O = (2, 2, 1)

S = [[[M]], [[O]], [I]]　　S = [[I], [[O]], [[M]]]

S = [[[O]], [[M]], [I]]　　S = [[I], [[M]], [[O]]]

S = [[[I]], [[M]], [O]]　　S = [[O], [[M]], [[I]]]

Man beachte, daß die Semiotik, wie sie von Bense auf der kategorietheoretischen Zeichendefinition

$Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$

begründet worden war (vgl. Bense 1979, S. 53 u. 67), somit der Einbettungsordnung O = (2, 1, 0) korrespondiert. Damit setzt die Semiotik also alle drei Einbettungsstufen einer dreistufigen Semiotik voraus. Sie widerspricht damit also nicht nur dem Fundierungsaxiom der klassischen Mengentheorie, sondern auch der aristotelischen Logik, und man darf daher sogar soweit gehen zu behaupten, daß die hier präsentierte einbettungstheoretische Semiotik lediglich eine "Auffaltung" des bereits in Benses Zeichendefinition enthaltenen Strukturreichtums darstellt.

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik ontischer Einbettung I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Grundlegung einer Arithmetik kontexturierter Objekte

1. Die Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986), die auf der polykontexturalen Logik und Ontologie Gotthard Günthers beruht (vgl. Günther 1976-80, 1991), kann man als ein Vermittlungssystem 2-wertiger Logiken in Subjektfunktion definieren (vgl. Toth 2015). Das bedeutet dreierlei: 1. Polykontextural ist lediglich die Vermittlung zwischen den Logiken, die weiterhin 2-wertig bleiben. 2. Es gibt somit keine Vermittlung zwischen den beiden einzigen Werten der 2-wertigen Logiken. 3. Die Erweiterung der Mono- zur Polykontexturalität verdankt sich einzig der Iterierbarkeit des Subjektes, denn nur dieses ist kontexturell relevant. Eine kontexturelle Relevanz des "toten" Objektes wird diesem somit explizit abgesprochen. Das Objekt ist damit in den Permutationszyklen bzw. Permutogrammen immer konstant (vgl. Thomas 1985).

Vor dem Hintergrund der theoretischen Ontik, die wir in den letzten Jahren der theoretischen Semiotik von Peirce und Bense zur Seite gestellt haben, ist die kontexturelle Irrelevanz des Objektes jedoch aus zwei Gründen falsch. 1. Der Objektbegriff, welcher der Ontik zugrunde liegt, ist der des subjektiven Objektes, da wir Objekte nur durch die Filter unserer Sinne wahrnehmen können und die Vorstellung eines objektiven, d.h. absoluten bzw. apriorischen Objektes damit zum Phantasma wird. 2. Die Falschheit der Annahme, daß Objekte nicht kontexturiert sein können, folgt direkt aus der Isomorphie von Objekt und Zeichen (vgl. Toth 2014a), die übrigens bereits zu Recht von der Semiotik von Georg Klaus postuliert worden war (vgl. Klaus 1973).

2. Logische Existenz kann nach einem genialen Vorschlag Albert Mennes durch Selbstidentität definiert werden (vgl. Menne 1991, S. 107). Damit sind auch ontisch nicht-existente Objekte wie der Pegasus, die Meerjungfrau und Frau Holle logisch existent. Daraus folgt allerdings, daß Existenz unter völliger Absehung des Objektbegriffes, und zwar durch die logische, d.h. nicht-ontische und nicht-semiotische Eigenschaft der Widerspruchsfreiheit definiert wird. Die bemerkenswerte Möglichkeit, solche ontisch nicht-existenten Objekte als Zeichen zu repräsentieren, zeigt somit, daß die Menge subjektiver Objekte

bedeutend größer ist als diejenige objektiver Objekte, d.h. daß der Subjektanteil im subjektiven Objekt nicht nur reduktiv[4], sondern gleichzeitig produktiv wirkt, und zwar im Sinne der von Bense (1992, S. 16) festgestellten "Seinsvermehrung". Damit erhebt sich allerdings die Frage, was die Bedeutung des arithmetischen Satzes ist, daß in der quantitativen Mathematik nur mit "Gleichem" operiert werden könne (vgl. Kronthaler 1990), denn Gleichheit und Ungleichheit müssen ja ebenfalls über Selbstidentität definiert werden. Beispielsweise sind die beiden Gleichungen

1 Apfel + 1 Apfel = 2 Äpfel

1 Birne + 1 Birne = 2 Birnen,

wie man sieht, lösbar, da jeweils beide Summanden "gleich" sind, wogegen die Gleichung

1 Apfel + 1 Birne = ?

unlösbar ist, da die beiden Summanden "ungleich" sind. Die "Lösung" 2 Früchte zeigt allerdings, daß nur scheinbar Objekte addiert werden, denn die folgenden beiden Gleichungen

1 Frucht + 1 Frucht = 2 Früchte

$1 + 1 = 2$

besagen genau dasselbe wie die ersten beiden Gleichungen, d.h. alle vier Gleichungen sind wegen ihrer Objektunabhängigkeit quantitativ. Objekte sind hingegen per definitionem qualitativ, d.h. es gibt keine nicht-qualitativen Objekte. Somit sind in Sonderheit Zahlen keine Objekte, und damit müssen sie Zeichen sein. Wenn wir also "1 Apfel + 1 Apfel" hinschreiben, dann bezeichnet dieser Ausdruck keine ontischen Äpfel, sondern ihre Anzahlen als Zeichen n Form von Zahlen. Merkwürdigerweise gilt aber für Zahlen die Bedingung der Gleichheit von Operanden nicht, denn eine Gleichung wie z.B.

[4] Hierher gehört die (mir allerdings nicht lokalisierbare) Äußerung Kafkas, daß der, welcher imstande wäre, alle Eigenschaften von Objekten mit seinen Sinnen zu erfassen, bereits beim Übertreten der Schwelle seines Hauses tot zusammenbrechen müßte.

$1 + 2 = 3$

ist lösbar, obwohl die Summanden ungleich sind. Daraus folgt, daß der Satz, daß nur Gleiches operierbar ist, nicht nur sinnlos, sondern falsch ist. Sinnlos ist er deshalb, weil alle vier obigen Gleichungen dasselbe besagen, falsch ist er, da verschiedene Zahlen, d.h. reine Quantitäten operiert werden können. Man braucht nur die beiden folgenden Gleichungen hinzuschreiben, um sich von der Richtigkeit dieser Folgerung zu überzeugen

1 Apfel + 2 Äpfel = 3 Äpfel

1 Apfel + 2 Birnen = ?.

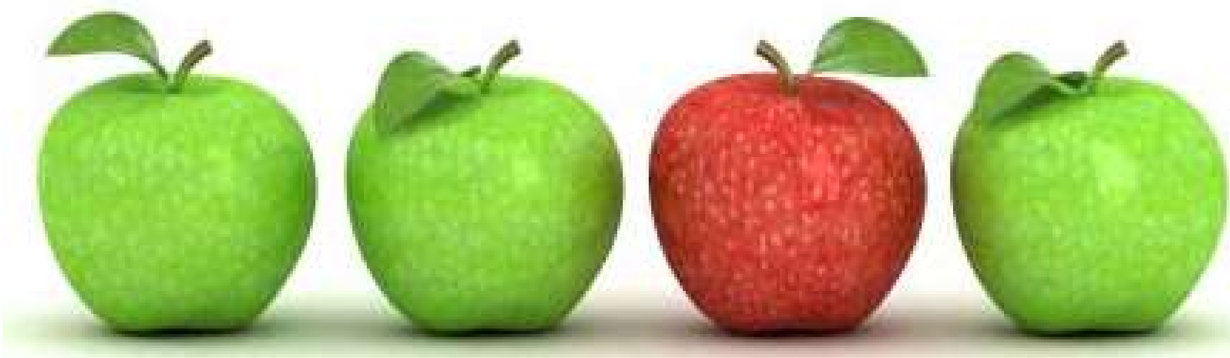
Es gibt allerdings noch einen dritten Grund, warum der Satz, daß nur Gleiches operierbar ist, falsch ist, denn vgl. z.B. die folgende Gleichung

1 Jonathan-Apfel + 1 Cox Orange-Apfel = ?

Hier kommt nun die Objektinvariante der Sortigkeit ins Spiel, d.h. die Tatsache, daß jedes Objekt einer bestimmten Sorte angehört. Von hier aus ist es ferner ein kleiner Schritt zur Einsicht, daß es keine zwei identischen Objekte gibt, und dies ist selbst bei Zwillingen mit identischer DNS der Fall, denn niemand wird bezweifeln, daß die beiden Menschen trotzdem Individuen sind. Daraus folgt, daß jedes Objekt, genauso wie jedes Subjekt, selbstidentisch sein muß, und daraus wiederum folgt, daß selbst eine so harmlos aussehende Gleichung wie

1 Apfel + 1 Apfel = 2 Äpfel

möglicherweise falsch, aber ganz bestimmt sinnlos ist, denn wir wissen nicht, welcher Sorte diese Äpfel angehören, und wir wissen mit Bestimmtheit, daß die beiden Summanden niemals den gleichen Apfel bezeichnen können, d.h. daß die Referenzobjekte der beiden Summanden verschieden sind. Somit wird bereits in der Addition 1 Apfel + 1 Apfel Ungleiches operiert. Da gemäß unserer obigen Feststellung diese Addition dasselbe besagt wie $1 + 1$, stellt sich ferner die Frage, ob die beiden Einsen nicht ebenfalls ungleich sind. Logisch ist ja, wie Menne (1992, S. 38 ff.) festgestellt hatte, zwischen "sign event" und "sign structure" zu unterscheiden, d.h. zwischen dem Zeichen 1 als konkreter Instanz und dem Zeichen 1 als abstraktem Typus. Diese dyadische Unterscheidung, die sich auch in der Semiotik von Georg Klaus findet, war allerdings bereits als triadische Unterscheidung zwischen Tone, Token und Type von Peirce eingeführt worden und betrifft die Notwendigkeit, zwischen Zeichen als Qualizeichen, Sinzeichen und Legizeichen, d.h. als Qualität, Quantität und Norm zu unterscheiden. Somit kann bereits die anscheinend unverdächtige Addition $1 + 1$ dreideutig sein, denn die beiden Summanden können paarweise auf dreifache Weise verschieden sein, und somit folgt wieder die Möglichkeit ihrer Ungleichheit, die dazu führt, daß nicht einmal die Gleichung $1 + 1 = ?$ lösbar ist, da wir ja nicht wissen, ob die Summanden Tones, Tokens oder Types und dabei gleich oder verschieden sind. Die einzige wissenschaftlich haltbare Aussage, die wir über die auf dem folgenden Photo abgebildeten Äpfel machen können,



ist somit: "Wir sehen 4 Äpfel". Wesentlich ist dabei die durch "wir" induzierte Subjektabhängigkeit der Apfel-Objekte. Wir können ferner festellten, daß es sich auf dem Bild um 2 Sorten von Äpfeln handelt und daß alle 4 Äpfel paarweise ungleich, d.h. Tones sind. Vor allem aber folgt aus dem Gesagten, daß es unwissenschaftlich ist, die Situation auf dem Bild in der Form einer Gleichung $1 + 1 + 1 + 1 = 4$ auszudrücken.

3. Objekte sind damit genauso selbstidentisch wie es Subjekte sind, d.h. es gibt nicht nur Subjekt-Individuen, sondern auch Objekt-Individuen, und vor allem gibt es nur individuelle Objekte und Subjekte. Identität ist damit gleichbedeutend mit Selbstidentität, und Gleichheit wird dreideutig, insofern zwischen Tones, Tokens und Types zu unterscheiden ist. Wegen der Subjektabhängigkeit von Objekten, die ja ontisch und semiotisch nur als wahrgenommene existieren, sind damit nicht nur Subjekte, sondern auch Objekte kontexturell

relevant. Die polykontexturale Logik, die lediglich die Kontexturalität von Subjekten, nicht aber diejenige von Objekten anerkennt, ist damit defizient. Wie eine Arithmetik kontexturierter Objekte aussehen könnte, wird im folgenden formal aufgezeigt. Wegen der Isomorphie von Objekten und Zeichen genügt es dabei, die Kontexturiertheit von Zeichen zu bestimmen. Entsprechend der von Bense eingeführten Dreiteilung des Zeichensbegriffes in Primzeichen, Subzeichen und Zeichen unterscheiden wir damit zwischen Primobjekten, Subobjekten und Objekten. Zur Vereinfachung der folgenden Darstellung setzen wir fest, daß die Anzahl der Kontexturen, in denen ein Objekt oder Zeichen auftreten kann, der Anzahl der Objekte oder Zeichen entspricht. Das bedeutet also nicht, daß ein Objekt oder Zeichen nicht gleichzeitig in mehreren Kontexturen auftreten kann – das Gegenteil ist der Fall (vgl. Toth 2009) –, sondern daß zunächst nur so viele Kontexturen angenommen werden, wie es Objekte bzw. Zeichen gibt. Diese Annahme ist allerdings keineswegs zwingend, da wegen der Isomorphie von Objekt und Zeichen nicht nur kein Zeichen, sondern auch kein Objekt isoliert auftritt und somit immer vor dem Hintergrund theoretisch unendlich vieler Kontexturen aufscheint.

3.1. Primzeichen und Primobjekte

$$P = (1, 2, 3) = \begin{cases} P = (1_1, 2_1, 3_1) \\ P = (1_2, 2_2, 3_2) \\ P = (1_3, 2_3, 3_3) \end{cases}$$

$P = (1_1, 2_1, 3_2)$ $P = (1_2, 2_2, 3_1)$

$P = (1_1, 2_2, 3_1)$ $P = (1_2, 2_1, 3_2)$

$P = (1_2, 2_1, 3_1)$ $P = (1_1, 2_2, 3_2)$

$P = (1_1, 2_1, 3_3)$ $P = (1_3, 2_3, 3_1)$

$P = (1_1, 2_3, 3_1)$ $P = (1_3, 2_1, 3_3)$

$P = (1_3, 2_1, 3_1)$ $P = (1_1, 2_3, 3_3)$

$P = (1_1, 2_1, 3_3)$ $P = (1_3, 2_3, 3_1)$

$P = (1_1, 2_3, 3_1)$ $P = (1_3, 2_1, 3_3)$

$P = (1_3, 2_1, 3_1)$ $P = (1_1, 2_3, 3_3)$

$P = (1_2, 2_2, 3_3)$ $P = (1_3, 2_3, 3_2)$

$P = (1_2, 2_3, 3_2)$ $P = (1_3, 2_2, 3_3)$

$P = (1_3, 2_2, 3_2)$ $P = (1_2, 2_3, 3_3)$

$P = (1_1, 2_2, 3_3)$ $P = (1_3, 2_2, 3_1)$

$P = (1_1, 2_3, 3_2)$ $P = (1_2, 2_3, 3_1)$

$P = (1_2, 2_1, 3_3)$ $P = (1_3, 2_1, 3_2)$

3.2. Subzeichen und Subobjekte

$S \subset (P \times P)$

Hier wird nach der Aufhebung der polykontexturalen Defizienz der Nicht-Kontexturiertheit der Objekte die zweite der beiden eingangs festgestellten Defizienzen, diejenige der Nicht-Vermitteltheit der logischen Werte in jeder 2-wertigen Logik, eliminiert, und zwar durch die Einführung von Rändern zwischen den Elementen von Dichotomien, die der logischen 2-wertigen Basisdichotomie isomorph sind. Formal geschieht dies durch den in Toth (2014b) definierten Einbettungsoperator.

$S = [x, [y]]$ $S = [[y], x]$

$S = [[x], y]$ $S = [y, [x]]$

$S = [x_i, [y_i]]$ $S = [[y_i], x_i]$ $S = [[x_i], y_i]$ $S = [y_i, [x_i]]$

$S = [x_j, [y_j]]$ $S = [[y_j], x_j]$ $S = [[x_j], y_j]$ $S = [y_j, [x_j]]$

$S = [x_i, [y_j]]$ $S = [x_j, [y_i]]$

$S = [[y_i], x_j]$ $S = [[y_j], x_i]$

$S = [[x_i], y_j]$ $S = [[x_j], y_i]$

$S = [y_i, [x_j]]$ $S = [y_j, [x_i]]$

3.3. Zeichen und Objekte

$Z = [[3.x], [2.y], [1.z]] \times [[z.1], [y.2], [x.3]]$

2.3.1. Einbettungstransformationen

$[3.x] \rightarrow ([3, [x]], [[x], 3], [[3], x], [x, [3]])$

$[2.y] \rightarrow ([2, [y]], [[y], 2], [[2], y], [y, [2]])$

$[1.z] \rightarrow ([1, [z]], [[z], 1], [[1], z], [z, [1]])$

2.3.2. Kontexturierungstransformationen

$[3.x] \rightarrow ([3, [x]], [[x], 3], [[3], x], [x, [3]])$

$[3, [x]] \rightarrow ([3_i, [x_i]], [3_j, [x_j]], [3_i, [x_j]], [3_j, [x_i]])$

$[[x], 3] \rightarrow ([[x_i], 3_i], [[x_j], 3_j], [[x_i], 3_j], [[x_j], 3_i])$

$[[3], x] \rightarrow ([[3_i], x_i], [[3_j], x_j], [[3_i], x_j], [[3_j], x_i])$

$[x, [3]] \rightarrow ([x_i, [3_i]], [x_j, [3_j]], [x_i, [3_j]], [x_j, [3_i]])$

$[2.y] \rightarrow ([2, [y]], [[y], 2], [[2], y], [y, [2]])$

$[2, [y]] \rightarrow ([2_i, [y_i]], [2_j, [y_j]], [2_i, [y_j]], [2_j, [y_i]])$

$[[y], 2] \rightarrow ([[y_i], 2_i], [[y_j], 2_j], [[y_i], 2_j], [[y_j], 2_i])$

$[[2], y] \rightarrow ([[2_i], y_i], [[2_j], y_j], [[2_i], y_j], [[2_j], y_i])$

$[y, [2]] \rightarrow ([y_i, [2_i]], [y_j, [2_j]], [y_i, [2_j]], [y_j, [2_i]])$

$[1.z] \rightarrow ([1, [z]], [[z], 1], [[1], z], [z, [1]])$

$[1, [z]] \rightarrow (([1_i, [z_i]], ([1_j, [z_j]], ([1_i, [z_j]], ([1_j, [z_i]])$

$[[z], 1] \rightarrow ([[z_i], 1_i], [[z_j], 1_j], [[z_i], 1_j], [[z_j], 1_i])$

$[[1], z] \rightarrow ([[1_i], z_i], [[1_j], z_j], [[1_i], z_j], [[1_j], z_i])$

$[z, [1]] \rightarrow ([z_i, [1_i]], [z_j, [1_j]], [z_i, [1_j]], [z_j, [1_i]])$

2.3.3. Permutationstransformationen

$[[3.x], [2.y], [1.z]] \times [[z.1], [y.2], [x.3]] \rightarrow$

$([[3.x], [2.y], [1.z]] \times [[z.1], [y.2], [x.3]]$

$[[3.x], [1.y], [2.z]] \times [[z.2], [y.1], [x.3]]$

$[[2.x], [3.y], [1.z]] \times [[z.1], [y.3], [x.2]]$

$[[2.x], [1.y], [3.z]] \times [[z.3], [y.1], [x.2]]$

$[[1.x], [3.y], [2.z]] \times [[z.2], [y.3], [x.1]]$

$[[1.x], [2.y], [3.z]] \times [[z.3], [y.2], [x.1]]$

Anschließend wiederum Anwendung von 2.3.1. und 2.3.2., d.h. die drei Transformationen bilden einen Algorithmus. Da das System der 10 peirce-benseschen Dualsysteme eine Teilmenge der Gesamtmenge der über der Zeichenform $Z = [3.x, 2.y, 1.z]$ durch Filterung der Inklusionsordnung $x \leqq y \leqq z$ mit $x, y, z \in P$ möglichen $3^3 = 27$ Dualsysteme ist, gehen wir dabei von den letzteren aus, d.h. der Algorithmus ist auf das folgende Gesamtsystem anzuwenden. Das Ergebnis ist, wie man leicht feststellen kann, ein enorm komplexes System, das eines ganzen Buches zur vollständigen Darstellung bedürfte.

$Z_1 = [[3.1, 2.1, 1.1] \quad \times \ [1.1, 1.2, 1.3]]$

$Z_2 = [[3.1, 2.1, 1.2] \quad \times \ [2.1, 1.2, 1.3]]$

$Z_3 = [[3.1, 2.1, 1.3] \quad \times \ [3.1, 1.2, 1.3]]$

$Z_4 = [[3.1, 2.2, 1.1] \quad \times \ [1.1, 2.2, 1.3]]$

$Z_5 = [[3.1, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 1.3]]$

$Z_6 = [[3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]]$

$Z_7 = [[3.1, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 1.3]]$

$Z_8 = [[3.1, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 1.3]]$

$Z_9 = [[3.1, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 1.3]]$

$Z_{10} = [[3.2, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 2.3]]$

$Z_{11} = [[3.2, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 2.3]]$

$Z_{12} = [[3.2, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 2.3]]$

$Z_{13} = [[3.2, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 2.3]]$

$Z_{14} = [[3.2, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 2.3]]$

$Z_{15} = [[3.2, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 2.3]]$

$Z_{16} = [[3.2, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 2.3]]$

$Z_{17} = [[3.2, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 2.3]]$

$Z_{18} = [[3.2, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 2.3]]$

$Z_{19} = [[3.3, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 3.3]]$

$Z_{20} = [[3.3, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 3.3]]$

$Z_{21} = [[3.3, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 3.3]]$

$Z_{22} = [[3.3, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 3.3]]$

$Z_{23} = [[3.3, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 3.3]]$

$Z_{24} = [[3.3, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 3.3]]$

$Z_{25} = [[3.3, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 3.3]]$

$Z_{26} = [[3.3, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 3.3]]$

$Z_{27} = [[3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 3.3]]$

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. Berlin (DDR) 1973

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Mai 1986

Kronthaler, Engelbert, Gänsemarsch und Seitensprünge. In: Spuren 33, 1990, S. 56-62

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Elements of a Thory of the Night. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Vollständige und unvollständige ontisch-semiotische Isomorphie I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Zur Kritik der Polykontexturalitätstheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Einbettungsstufen von Seinsfunktionen

1. Nach Bense (1976, S. 26) läßt sich ein 4-stufiges relationales System von Seinsfunktionen gemäß dem folgenden Schema aufstellen

Gegenstand	0-stellige Seinsfunktion
Zeichen	1-stellige Seinsfunktion
Bewußtsein	2-stellige Seinsfunktion
Kommunikation	3-stellige Seinsfunktion

(zur Definition von Objekten als 0-stellige Relationen vgl. ferner Bense 1975, S. 65 f.).

2. Bekanntlich kann man ferner die Peanozahlen (die darüber hinaus mit den benseschen Primzeichen, d.h. den von uns so geanannten Zeichenzahlen, isomorph sind, vgl. Bense 1975, S. 168 ff.) durch die beiden Elemente Ø und {Ø} wie folgt definieren (vgl. Wiener 1917).

$$\begin{aligned} 0 &:= \emptyset \\ 1 &:= \{0\} = \{\emptyset\} \\ 2 &:= \{0, 1\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \\ 3 &:= \{0, 1, 2\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung der Ergebnisse in Toth (2015) erhalten wir damit für das Bewußtsein als 2-stellige Seinsfunktion

$L = [Ø, \{Ø\}]$

ein Quadrupel von Einbettungsrelationen

$L_1 = [Ø, [\{Ø\}]]$ $\quad$ $L_2 = [[\{Ø\}], Ø]$

$L_3 = [[Ø], \{Ø\}]$ $\quad$ $L_4 = [\{Ø\}, [Ø]]$.

Für die Kommunikation als 3-stellige Seinsfunktion

$L = [Ø, \{Ø\}, \{Ø, \{Ø\}\}]$

bekommt man ein 13-tupel von Einbettungsrelationen

$L_1 = [\emptyset, \{\emptyset\}, [\{\emptyset, \{\emptyset\}\}]]$ $L_2 = [[\{\emptyset, \{\emptyset\}\}], \{\emptyset\}, \emptyset]]$

$L_3 = [\emptyset, [\{\emptyset\}], \{\emptyset, \{\emptyset\}\}]$ $L_4 = [\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, [\{\emptyset\}], \emptyset]$

$L_5 = [[\emptyset], \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}]$ $L_6 = [\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}, [\emptyset]]$

$L_7 = [\emptyset, [\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}]]$ $L_8 = [[\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}], \emptyset]$

$L_9 = [[\emptyset], \{\emptyset\} [\{\emptyset, \{\emptyset\}\}]]$ $L_{10} = [[\{\emptyset, \{\emptyset\}\}], \{\emptyset\}, [\emptyset]]$

$L_{11} = [[\emptyset, \{\emptyset\}], \{\emptyset, \{\emptyset\}\}]$ $L_{112} = [\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, [\{\emptyset\}, \emptyset]]$

$L_{13} = [[\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}]]$

Während es also, wie ebenfalls bereits in Toth (2015) festgestellt, bei 2-stelligen Seinsfunktionen nicht etwa 2, sondern 4 nicht-leere Ränder gibt, gibt es bei 3-stelligen Seinsfunktionen nicht weniger als 13 nicht-leere Ränder, die, ohne einen dritten Wert neben Ø und {Ø} einzuführen, als tertia non dantur fungieren.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Einbettungsoperator und Elementschaft. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Wiener, Norbert, A simplification of the logic of relations. In: Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 17, 1914, S. 387-390

Einbettungsoperator und Elementschaft

1. In Toth (2014) hatten wir die Legitimität der logischen Dichotomie

$L = [0, 1]$

und aller ihr isomorphen, d.h. ontischen und semiotischen, Dichotomien bezüglich ihrer logischen 2-Wertigkeit in Frage gestellt, indem wir einen Einbettungsoperator E eingeführt hatten, der ein Objekt Ω vermöge

$E: \quad \Omega \rightarrow [\Omega]$

auf eine tiefere Einbettungsstufe abbildet, d.h. für wiederholte Anwendung gilt z.B.

$E^2(\Omega) = [[\Omega]]$

$E^2([\Omega]) = E^3(\Omega)$ $[[[\Omega]]]$, usw.

Das bedeutet in Sonderheit, daß es für jedes $K \cong L$ einen nicht-leeren Rand

$R = [\Omega, [\Omega]]$

bzw.

$R^{-1} = [[\Omega], \Omega]$

gibt, der, ohne einen zusätzlichen dritten Wert einzuführen, als tertium datur fungiert.

2. Wie man leicht zeigt, gibt es für jedes $K \cong L$ jedoch nicht nur zwei, sondern vier Einbettungsstrukturen. Sei $S^* = [S, U]$ (vgl. Toth 2012), dann bekommen wir für $E(S^*)$

$S_1^* = [S, [U]]$ $\qquad$ $S_2^* = [[U], S]$

$S_3^* = [[S], U]$ $\qquad$ $S_4^* = [U, [S]]$

mit

$S_2^* = S_1^{*-1}$

$S_4^* = S_3^{*-1}$.

Nun kann man die Zahlen 0 und 1, die als Wahrheitswerte in L erscheinen, vermöge des Satz von Wiener und Kuratowski (1917) durch

$0 := \emptyset$

$1 := \{\emptyset\}$

definieren. Wir bekommen damit sofort für L

$L = [\emptyset, [\{\emptyset\}]]$	$L = [[\{\emptyset\}], \emptyset]$
$L = [[\emptyset], \{\emptyset\}]$	$L = [\{\emptyset\}, [\emptyset]]$,

und damit gibt es auch vier nicht-leere Ränder zwischen Ø und {Ø}, welche die Elementschaftsrelation $\emptyset \in \{\emptyset\}$ formalisieren

$R[\emptyset, [\{\emptyset\}]]$	$R[[\{\emptyset\}], \emptyset]$
$R[[\emptyset], \{\emptyset\}]$	$R[\{\emptyset\}, [\emptyset]]$.

Literatur

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, Bd. 6/1-4, 2012

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, Bd. 8/3-4, 2014

Wiener, Norbert, A simplification of the logic of relations. In: Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 17, 1914, S. 387-390

Logische Vermittlung durch Differenz

1. Bekanntlich verbietet das Gesetz des Ausgeschlossenen Dritten, daß die beiden Werte der 2-wertigen aristotelischen Basisdichotomie

$L = [0, 1]$

vermittelt sind, d.h. daß es einen Rand gibt, der eine Partizipationsrelation beider Werte darstellt. Logiken der Form

$L = [0, ½, 1]$

sind daher 3-wertig, und bei ihnen ist das Gesetz des Tertium comparationis durch ein Gesetz des Quartum comparations substituiert. Wie jedoch in Toth (2015a, b) gezeigt wurde, kann man logische Vermittlung durch nicht-wertige Differenz einführen, indem man einen Einbettungsoperator E definiert, welcher die Juxtaposition der beiden Werte in L = [0, 1] aufhebt. Dadurch erhält man ein Quadrupel der Form

$E(L) =$

$L_1 = [0, [1]]$ $\quad\quad$ $L_3 = [1, [0]]$

$L_2 = [[0], 1]$ $\quad\quad$ $L_4 = [[1], 0]$,

worin die logischen Relationen gleichzeitig als Ränder von L = [0, 1] fungieren.

2. Erst in einer solchen 2-wertigen Logik mit differentieller Vermittlung wird also mit der güntherschen Vorstellung ernst gemacht, daß nicht nur zwischen Subjekt und Objekt zu scheiden ist, sondern daß diese durch subjektive Objekte einerseits und durch objektive Subjekte andererseits vermittelt sind (vgl. Günther 1976, S. 249 ff.)

	S	0
S	SS	SO
0	OS	OO

mit

OS = V(O, S)

SO = V(S, O).

Wie in Toth (2015c) gezeigt, kann man die in L = [0, 1] möglichen 2 Permutationszyklen mit homogenen Wertfunktionen wie folgt durch 4 Tableaux darstellen.

2.1. $L_1 = [0, [0]]$

0	Ø
Ø	0

2.2. $L_2 = [[0], 0]$

Ø	0
0	Ø

2.3. $L_3 = [1, [1]]$

1	Ø
Ø	1

2.4. $L_4 = [[1], 1]$

Ø	1
1	Ø

Das bedeutet nun allerdings, daß die wiederum 4 möglichen Tableaux für die beiden Permutationszyklen mit heterogenen Wahrheitswertfunktionen genau den erkenntnistheoretischen Vermittlungen

OS = V(O, S)

SO = V(S, O)

korrespondieren.

2.5. $L_5 = [0, [1]]$

$$\begin{array}{cc} 0 & \emptyset \\ \hline \emptyset & 1 \end{array}$$

2.6. $L_6 = [[0], 1]$

$$\begin{array}{cc} \emptyset & 1 \\ \hline 0 & \emptyset \end{array}$$

2.7. $L_7 = [1, [0]]$

$$\begin{array}{cc} 1 & \emptyset \\ \hline \emptyset & 0 \end{array}$$

2.8. $L_8 = [[1], 0]$

$$\begin{array}{cc} \emptyset & 0 \\ \hline 1 & \emptyset. \end{array}$$

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, Multiset-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Einbettungsoperator und Multisets. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Unvermittelte und vermittelte 2-wertige Permutationszyklen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Ontische Werte-Tableaux

1. Bekanntlich erzeugt der in Toth (2014) eingeführte Einbettungsoperator E ein Quadrupel von Strukturen, welche die in der Basisdichotomie L = [0, 1] juxtaponierten Werte entweder durch sub- bzw. superordinierte oder durch prä- bzw. postponierte substituiert (vgl. Toth 2015a).

$$E(L) = \begin{pmatrix} L_1 = [0, [1]] & L_3 = [1, [0]] \\ L_2 = [[0], 1] & L_4 = [[1], 0] \end{pmatrix}$$

2. Wie bereits in Toth (2015b) angedeutet, kann man deswegen ontische Tableaux definieren, auf denen diese Werte zweidimensional durch die beiden Erscheinungsformen von E, d.h. als ⇅-Einbettung oder als ⇆-Einbettung, angeordnet werden können. Damit werden ontische, semiotische und logische Werte – und damit sämtliche Werte der vollständigen Objekthierarchie

$H = \Omega \subset \{\Omega\} \subset \{\{\Omega\}\} \subset \{\{\{\Omega\}\}\}$

(vgl. Toth 2015c) – mit Hilfe dieser Tableaux in Funktion von metaphysischen Orten gesetzt, allerdings nicht wie in der polykontexturalen Logik nur von subjektabhängigen Orten, sondern gleichfalls von objektabhängigen Orten (vgl. Toth 2015d), und ferner wird, da E lediglich als Differenz, aber nicht als zusätzlicher Wert zwischen den Werten von L = [0, 1] vermittelt, wegen Nicht-Verletzung des Tertium-Gesetzes die 2-wertige aristotelische Logik nicht aufgehoben.

2.1. Werte-Tableau für Null-Objekte

Ø Ø

Ø Ø

2.2. Werte-Tableaux für 1-Objekte

Ø	1	1	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	1	Ø	Ø	1

2.3. Werte-Tableaux für 2-Objekte

0	1	Ø	Ø	Ø	1	1	Ø	0	Ø	Ø	0
Ø	Ø	0	1	0	Ø	Ø	0	1	Ø	Ø	1

1	0	Ø	Ø	Ø	0	0	Ø	1	Ø	Ø	1
Ø	Ø	1	0	1	Ø	Ø	1	0	Ø	Ø	0

Beispielsweise ergibt sich für den semiotischen Wert $S = \langle 1.3 \rangle$, d.h. das Legizeichen

1	3	Ø	Ø	Ø	3	3	Ø	1	Ø	Ø	1
Ø	Ø	1	3	1	Ø	Ø	1	3	Ø	Ø	3

3	1	Ø	Ø	Ø	1	1	Ø	3	Ø	Ø	3
Ø	Ø	3	1	3	Ø	Ø	3	1	Ø	Ø	1,

d.h. nicht-ortsfunktional eingeführte Subzeichen und Zeichen können mit Hilfe der Werte-Tableaux auf 12-fache Weise differenziert werden, indem sie auf alle in einem 2-dimensionalen Raum möglichen Einbettungsstrukturen auf ihre metaphysischen Orte abgebildet werden.

Literatur

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Zweidimensionale ontische Einbettung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Unvermittelte und vermittelte 2-wertige Permutationszyklen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Objekte, Zeichen und Metazeichen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Kontexturgrenzen in einer minimalen polykontexturalen Logik mit Wertvermittlung und Objektiteration. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Ontische Werte-Tableaux II

1. Die in Teil I (vgl. Toth 2015a) präsentierten Werte-Tableaux, welche veranschaulichen, wie der in Toth (2014) eingeführte Einbettungsoperator E, allein durch Differenz, d.h. ohne einen zusätzlichen Wert einzuführen, die in der Basisdichotomie L = [0, 1] juxtaponierten Werte entweder durch sub- bzw. superordinierte oder durch prä- bzw. postponierte substituiert (vgl. Toth 2015b),

$$E(L) = \left(\begin{array}{ll} L_1 = [0, [1]] & L_3 = [1, [0]] \\ L_2 = [[0], 1] & L_4 = [[1], 0] \end{array} \right)$$

können natürlich wegen der Ergebnisse in Toth (2015b) sowohl mittels $E_{\uparrow\downarrow}$ als auch mittels $E_{\leftrightarrows}$ dargestellt werden, d.h. die in Toth (2015a) präsentierten Tableaux sind Abstraktionen von der Zweidimensionalität der durch E bewirkten Einbettungen. Für praktische Anwendungen auf reale Objekte mögen daher die im folgenden beigebrachten Differenzierungen von Nutzen sein.

2.1. Werte-Tableau für Null-Objekte

2.1.1. $E_{\uparrow\downarrow}$

$$\frac{\varnothing \quad \varnothing}{\varnothing \quad \varnothing}$$

2.1.2. $E_{\leftrightarrows}$

$$\begin{array}{c|c} \varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing \end{array}$$

2.2. Werte-Tableaux für 1-Objekte

2.2.1. $E_{\uparrow\downarrow}$

$$\frac{\varnothing \quad 1}{\varnothing \quad \varnothing} \qquad \frac{1 \quad \varnothing}{\varnothing \quad \varnothing} \qquad \frac{\varnothing \quad \varnothing}{1 \quad \varnothing} \qquad \frac{\varnothing \quad \varnothing}{\varnothing \quad 1}$$

2.2.2. $E_{\leftrightarrows}$

$\begin{array}{c|c} \emptyset & 1 \\ \emptyset & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 1 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 1 \end{array}$

2.3. Werte-Tableaux für 2-Objekte

2.3.1. $E_{\uparrow\downarrow}$

$\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ \hline \emptyset & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{cc} \emptyset & \emptyset \\ \hline 0 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{cc} \emptyset & 1 \\ \hline 0 & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{cc} 1 & \emptyset \\ \hline \emptyset & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{cc} 0 & \emptyset \\ \hline 1 & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{cc} \emptyset & 0 \\ \hline \emptyset & 1 \end{array}$

$\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ \hline \emptyset & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{cc} \emptyset & \emptyset \\ \hline 1 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{cc} \emptyset & 0 \\ \hline 1 & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{cc} 0 & \emptyset \\ \hline \emptyset & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{cc} 1 & \emptyset \\ \hline 0 & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{cc} \emptyset & 1 \\ \hline \emptyset & 0 \end{array}$

2.3.2. $E_{\leftrightarrows}$

$\begin{array}{c|c} 0 & 1 \\ \emptyset & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} \emptyset & \emptyset \\ 0 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 1 & \emptyset \\ \emptyset & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 0 & \emptyset \\ 1 & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} \emptyset & 0 \\ \emptyset & 1 \end{array}$

$\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ \emptyset & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} \emptyset & \emptyset \\ 1 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} \emptyset & 0 \\ 1 & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 0 & \emptyset \\ \emptyset & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 1 & \emptyset \\ 0 & \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} \emptyset & 1 \\ \emptyset & 0 \end{array}$

Literatur

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Zweidimensionale ontische Einbettung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Ontische Werte-Tableaux I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zweidimensionale ontische Einbettung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Zählen mit Peanozahlen in ontischen Tableaux

1. Die in Toth (2015a) eingeführten ontischen Tableaux kann man als Strukturen für völlig neue Zählweisen von Peanozahlen anwenden. Zur Erinnerung sei wiederholt, daß die Anwendung des Einbettungsoperators auf die logische Basisdichotomie L = [0, 1] (sowie allen ihr isomorphen ontischen und semiotischen Dichotomien) für 2 Werte ein Quadrupel von $2^2 = 4$ Strukturen erzeugt, d.h. die Juxtaposition der Werte in L entweder in eine Relation von Subordination/Superordination oder in eine Relation von Präposition/Postposition transformiert (vgl. Toth 2015b). Dadurch werden Paare von Werten durch Differenzen (und also nicht durch Einführung eines dritten Wertes, welcher dem Gesetz des Verbotenen Dritten widerspräche) vermittelt und sind also nicht mehr länger bloße Spiegelbilder voneinander, wie das in der klassischen aristotelischen Logik der Fall ist.

2.1. P = {0}

2.1.1. Vorwärtszählung

0 Ø

2.1.2. Rückwärtszählung

Ø 0

Streng genommen sind hier Vor- und Rückwärtszählung gar nicht unterscheidbar, vgl. die Nullstellen vor den Proto-, Deutero- und Tritozahlen in der Mathematik der Qualitäten (Kronthaler 1986).

2.2. P = {0, 1}

2.2.1. Vorwärtszählung

0	1	Ø	Ø	Ø	1	1	Ø	0	Ø	Ø	0
Ø	Ø	0	1	0	Ø	Ø	0	1	Ø	Ø	1

2.2.2. Rückwärtszählung

1	0	Ø	Ø	Ø	0	0	Ø	1	Ø	Ø	1
Ø	Ø	1	0	1	Ø	Ø	1	0	Ø	Ø	0

2.3. P = {0, 1, 2}

2.3.1. Kontinuierliche Zählung

2.3.1.1. Vorwärtszählung

0	Ø	Ø	Ø	0	Ø	Ø	Ø	0
1	Ø	Ø	Ø	1	Ø	Ø	Ø	1
2	Ø	Ø	Ø	2	Ø	Ø	Ø	2

0	1	2	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	0	1	2	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	0	1	2

0	Ø	Ø	Ø	Ø	0
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø

2.3.1.2. Rückwärtszählung

2	Ø	Ø	Ø	2	Ø	Ø	Ø	2
1	Ø	Ø	Ø	1	Ø	Ø	Ø	1
0	Ø	Ø	Ø	0	Ø	Ø	Ø	0

2	1	0	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	2	1	0	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	2	1	0

2	Ø	Ø	Ø	Ø	2
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
Ø	Ø	0	0	Ø	Ø

2.3.2. Diskontinuierliche Zählung

2.3.2.1. Vorwärtszählung

0	Ø	1	0	Ø	Ø		0	Ø	Ø
Ø	2	Ø	1	Ø	2		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	...	Ø	1	2

2.3.2.2. Rückwärtszählung

2	Ø	1	2	Ø	Ø		2	Ø	Ø
Ø	0	Ø	1	Ø	0		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	...	Ø	1	0.

Literatur

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Ontische Werte-Tableaux I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur formalem Darstellung doppelt eingebetteter Objekte In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Das Sextupel ontischer Einbettungsstrukturen

1. Wie in Toth (2015) gezeigt, führt die Anwendung der beiden dimensional geschiedenen Einbettungsoperatoren $E_{\updownarrows}$ und $E_{\leftrightarrows}$ nicht zu Strukturen, die nicht bereits in der Anwendung von E auf L = [0, 1] vorhanden sind, denn es gilt

τ: $\quad \updownarrows \rightarrow \leftrightarrows$

mit

τ_1: $\quad L_1 \rightarrow L_2 \qquad\qquad \tau_2$: $\quad L_3 \rightarrow L_4$

τ_1^{-1}: $\quad L_2 \rightarrow L_1 \qquad\qquad \tau_2^{-1}$: $\quad L_4 \rightarrow L_3$,

d.h. es werden durch die Differenzierung von $E_{\updownarrows}$ und $E_{\leftrightarrows}$ lediglich Strukturen ausgetauscht. Allerdings erzeugt die kombinierte Anwendung von $E_{\updownarrows}$ und $E_{\leftrightarrows}$ insofern neue Strukturen, als Tableaux entstehen, die keine Leerstellen mehr enthalten

$$L_1 \cup L_2 = \left\{ \begin{array}{l} [0, 1] \\ [[0], [1]] \end{array} \right. = \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 \end{array}$$

$$L_3 \cup L_4 = \left\{ \begin{array}{l} [1, 0] \\ [[1], [0]] \end{array} \right. = \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 \end{array}$$

Wie man sieht, sind die Ergebnisse jedoch in beiden möglichen Fällen ambig, denn es entstehen Koordinationen mit und ohne Einbettung jeder der beiden Zahlen. Damit kann man neben dem Quadrupel von Strukturen, welches der dimensional nicht-geschiedene Einbettungsoperator E erzeugt,

$$E(L) = \left(\begin{array}{ll} L_1 = [0, [1]] & L_3 = [1, [0]] \\ L_2 = [[0], 1] & L_4 = [[1], 0] \end{array} \right)$$

die beiden weiteren Paare von dualen Strukturen unterscheiden, die durch $L_1 \cup L_2$ und durch $L_3 \cup L_4$ erzeugt werden. Die im folgenden für die sechs Strukturen beigebrachten Beispiele sind Menus. Dabei wird 0 = System und 1 = Umgebung festgelegt.

2.1. [0, 1] × [1, 0]

Hier besteht zwischen S und U gegenseitig kein Abhängigkeitsverhältnis, d.h. es liegt weder Sub-/Superordination noch Prä-/Postposition von S oder von U vor.

Izmir Köfte

2.2. [0, [1]] × [[1], 0]

Bei [0, [1]] ist die Umgebung vom System abhängig, so zwar, daß die Umgebung sekundär ist.

Soutzoukakia

Bei [[1], 0] ist ebenfalls die Umgebung vom System abhängig, allerdings so, daß die Umgebung primär ist.

Bologneses-Sauce

2.3. [1, [0]] × [[0], 1]

Bei [1, [0]] ist das System von der Umgebung abhängig, so zwar, daß die Umgebung sekundär ist.

Karniyarik

Bei [[0], 1] ist ebenfalls die Umgebung vom System abhängig, allerdings so, daß die Umgebung primär ist.

Töltött papria

2.4. [[0], [1]] × [[1], [0]]

Hier sind in beiden Fällen sowohl System als auch Umgebung voneinander abhängig. Mit dieser Dualrelation kann man z.B. Schichtungsdifferenzen bei Gerichten wie Lasagne, Moussakás, rakott krumpli, usw. unterscheiden.

Hachis parmentier

Literatur

Toth, Alfred, Zweidimensionale ontische Einbettung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Der leere Rand zwischen einem Objekt und seiner Reflexion

1. In Wittgensteins "Tractatus" (vgl. Wittgenstein 1980) findet sich im Paragraphen 5.513 die bemerkenswerte Festellung: "Zwei Sätze sind einander entgegengesetzt, wenn sie nichts miteinander gemein haben, und: Jeder Satz hat nur ein Negativ, weil es nur einen Satz gibt, der ganz außerhalb seiner liegt".

2. Ontisch gesehen liegt Wittgensteins korrekte Feststellung daran, daß die Werte 0 und 1 in der logischen Basisdichotomie L = [0, 1] unvermittelt sind, da das logische Grundgesetz des Ausgeschlossenen Dritten die Existenz eines Wertes 2 mit L' = [0, 2, 1] verbietet. In einer 3-wertigen Logik der Form L' gälte also

2 = R[0, 1] = R[1, 0],

d.h. trotz eines nun nicht mehr leeren Randes blieben die beiden Elemente 0 und 1 der Dichotomie L austauschbar, d.h. es wäre

L' = [0, 2, 1] = [1, 2, 0],

und somit ändert sich abgesehen von der Nicht-Leerheit des Randes durch die Abbildung l: L → L' überhaupt nichts, denn sowohl in L als auch in L' kann man eine Logik sowohl auf der Position 0 als auch auf der Negation 1 aufbauen, und die beiden daraus resultierenden Logik werden einander isomorph sein.

3. Einführung von Werten, d.h. von Substanz, nützt also nichts, um zu verhindern, daß sich ein Objekt und seine Reflexion nicht mehr austauschen lassen, d.h. daß ein erkenntnistheoretischer Unterschied zwischen einem Objekt und seinem Spiegelbild auf logischer Ebene existiert, der doch auf ontischer Ebene realiter vorhanden ist. Die zahlreichen literarischen und bildnerischen Darstellungen des Aus-dem-Spiegel-Tretens legen davon Zeugnis ab: " 'Laß mir dein Spiegelbild, du innig Geliebter, es soll mein und bei mir bleiben immerdar'. – 'Giulietta', rief Erasmus ganz verwundert, 'was meinst du denn? – Mein Spiegelbild?' [...]. Da rief Erasmus, wahnsinnig vor tötendem Liebesschmerz: 'Muß ich denn fort von dir? – Muß ich fort, so soll mein Spiegelbild dein bleiben auf ewig und immerdar. Keine Macht – der Teufel soll es dir nicht entreißen, bis du mich selbst hast mit Seele und Leib'. Giuliettas Küsse brannten wie Feuer auf

seinem Munde, als er dies gesprochen, dann ließ sie ihn los und streckte sehnsuchtsvoll die Arme aus nach dem Spiegel. Erasmus sah, wie sein Bild unabhängig von seinen Bewegungen hervortrat, wie es in Giuliettas Arme glitt, wie es mit ihr im seltsamen Duft verschwand" (E.T.A. Hoffmann, Die Abenteuer der Silvesternacht).

Hingegen kann man, wie dies in Toth (2014) vorgeschlagen wurde, einen nicht-substantiellen, sondern differentiellen Einbettungsoperator E als Abbildung der Form

E: $x \rightarrow [x]$

mit $x \in \{0, 1\}$ definieren. Dadurch wird L = [0, 1] auf 12 mögliche ortsfunktionale Zahlfelder abgebildet (vgl. Toth 2015a)

0	1	Ø	Ø	Ø	1	1	Ø	0	Ø	Ø	0
Ø	Ø	0	1	0	Ø	Ø	0	1	Ø	Ø	1

1	0	Ø	Ø	Ø	0	0	Ø	1	Ø	Ø	1
Ø	Ø	1	0	1	Ø	Ø	1	0	Ø	Ø	0,

dessen Ränder nun nicht nur nicht-leer sind, sondern erkenntnistheoretisch geschiedene ontische Loci thematisieren (vgl. Toth 2015b)

[0, 1] =		[1, 0] =	
0	1	1	0
Ø	Ø	Ø	Ø

R[0, 1] = [[0, 1], [0, Ø], [Ø, Ø], [Ø, 1]]

R[1, 0] = [[1, 0], [Ø, 0], [Ø, Ø], [1, Ø]]

[[0, 1]] =   [[1, 0]]

Ø   Ø   Ø   Ø

0   1   1   0

R[[0, 1]] = [[[0, 1]], [[0, Ø]], [[Ø, Ø]], [[Ø, 1]]]

R[[1, 0]] = [[[1, 0]], [[Ø, 0]], [[Ø, Ø]], [[1, Ø]]]

[[0], [1]] =   [[1], [0]] =

0   Ø   1   Ø

1   Ø   0   Ø

R[0, 1] = [[[0], [1]], [[0], [Ø]], [[Ø], [Ø]], [[Ø], [1]]]

R[1, 0] = [[[1], [0]], [[Ø], [0]], [[Ø], [Ø]], [[1], [Ø]]]

[[[0], [1]]] =   [[[1], [0]]] =

Ø   0   Ø   1

Ø   1   Ø   0

R[0, 1] = [[[[0], [1]]], [[[0], [Ø]]], [[[Ø], [Ø]]], [[[Ø], [1]]]]

R[1, 0] = [[[[1], [0]]], [[[Ø], [0]]], [[[Ø], [Ø]]], [[[1], [Ø]]]]

[[0], 1] =   [[1], 0] =

Ø   1   Ø   0

0   Ø   1   Ø

R[[0], 1] = [[Ø, 1], [Ø, 0], [0, Ø], [Ø, 1]]

R[[1], 0] =[[Ø, 0], [Ø, 1], [1, Ø], [Ø, 0]]

[0, [1]] = [1, [0]] =

0	Ø		1	Ø
Ø	1		Ø	0

R[0, [1]] = [[0, Ø], [0, Ø], [Ø, 1], [1, Ø]]

R[1, [0]] = [[1, Ø], [1, Ø], [Ø, 0], [0, Ø]].

In einer Logik, in der vermöge E die Ortsfunktionalität der beiden Werte 0 und 1 in L = [0, 1] gilt, die jedoch in verschiedenen Einbettungsstufen auftreten, stellt also die klassische aristotelische Logik nur vermöge der juxtaponierten Wert-Strukturen eine Teillogik dar. Im Gegensatz zur polykontexturalen Logik, die mehrwertig ist, bleibt eine solche ortsfunktionale Logik jedoch 2-wertig, und ein differentielles statt eines substantiellen Tertiums wird durch das Gesetz des Tertium non datur ja nicht ausgeschlossen. Das bedeutet also, daß in einer solchen Logik, in der die Operatoren nicht über 2 juxtaponierten, sondern über 12 juxtaponierten und nicht-juxtaponierten ontischen Werten operieren, Wittgensteins Feststellung lediglich einen trivialen Sonderfall darstellt, allerdings einen, welcher der ontischen Situation, daß ein Objekt, das gespiegelt wird, nie mit seinem Spiegelbild identisch sein kann und daß es somit auch keine Austauschrelationen à la Giulietta geben kann, widerspricht. Eine solche Logik beschreibt also keineswegs die Welt, geschweige denn ist sie mit ihr identisch, wie dies Wittgenstein verschiedentlich behauptet, sondern eine solche Logik ist eine Kontradiktion der Ontik, und sie beschreibt nichts weniger als die Welt der Objekte und der mit ihr isomorphen Zeichen.

Literatur

Toth, Alfred, Ontische Werte-Tableaux I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Grenzen und Rändern in ortsfunktionalen Zahlfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980 (original 1918)

Zur Arithmetik ontischer Einbettung I

1. Wie bekannt (vgl. Toth 2015a, b), beruht die klassische Peano-Arithmetik (wie natürlich die gesamte quantitative Mathematik) auf dem Grundschema der zweiwertigen aristotelischen Logik, $L = [0, 1]$, darin die Werte nicht nur vermöge des Satzes vom Ausgeschlossenen Dritten unvermittelt sein müssen, sondern worin sie aus diesem Grunde auch in keinem Abhängigkeitsverhältnis zueinander bzw. voneinander stehen dürfen. 0 und 1 sind somit juxtaponiert und können daher beliebig ausgetauscht werden (vgl. Günther 2000, S. 230 f.), d.h. sie sind spiegelbildlich. Man kann nun allerdings, ohne einen materialen dritten Wert einzuführen, mittels der Einführung eines Einbettungsoperators E die beiden Werte in ein Abhängigkeitsverhältnis setzen, d.h. es gilt entweder $0 = f(1)$ oder $1 = f(0)$. Da E iterierbar ist, kann arithmetische Einbettung mehrstufig sein, d.h. eine Zahl kann n-fach eingebettet sein mit $n \geqq 0$. In einer solchen Arithmetik stellen also die Peanozahlen den Spezialfall für $n = 0$ dar.

2. Grundtypen einer 3-stufigen Arithmetik

2.1. 0-stufige Einbettung

Die Folge der Peanozahlen ist linear, d.h. sie ist einem "Gänsemarsch" vergleichbar (vgl. Kronthaler 1990).

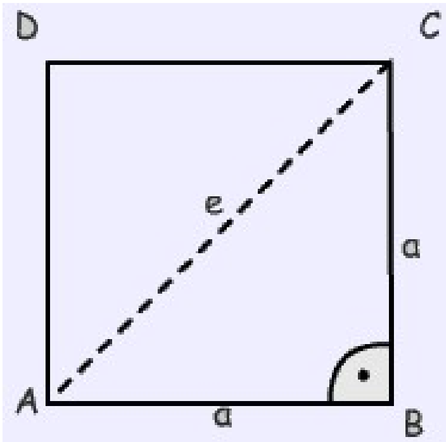
Für $n = 0$ gibt es somit nur eine Ordnung O.

2.1.1. $O = 1$

$S = [0, 1, 2]$

2.2. 1-stufige Einbettung

Für $n = 1$ wechselt die 1-dimensionale zu einer 2-dimensionalen Zählung. Diese betrifft allerdings nicht nur die Horizontale und die Vertikale, sondern auch die Diagonale, d.h. wir haben nun im Gegensatz zur einen und einzigen Peanozählweise bereits drei Zählarten.



2.2.1. O = (0, 1)

S = [[0], 1, 2]		S = [2, 1, [0]]

S = [0, [1], 2]		S = [2, [1], 0]

S = [0, 1, [2]]		S = [[2], 1, 0]

S = [[0, 1], 2]		S = [2, [1, 0]]

S = [0, [1, 2]]		S = [[2, 1], 0]

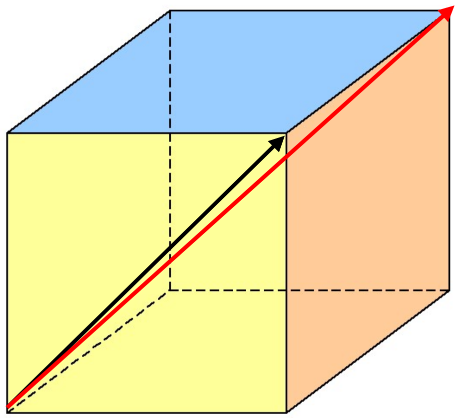
S = [[0], 1, [2]]		S = [[2], 1, [0]]

2.2.2. O = 1

S = [[0, 1, 2]]		S = [[2, 1, 0]]

2.3. 2-stufige Einbettung

Für n = 2 entstehen aus den 2-dimensionalen nun 3-dimensionale Zählarten. Man beachte, daß jede Seite des Kubus natürlich den Fall n = 1 repräsentiert, d.h. die drei 2-dimensionalen Zählarten sind in den 3-dimensionalen enthalten. Während der schwarze Pfeil eine 1-stufige Einbettung beinhaltet, beinhaltet der rote Pfeil eine 2-stufige Einbettung.



2.3.1. O = 2

S = [[[0, 1, 2]]]

2.3.2. O = (2, 0)

S = [[[0]], 1, 2] S = [2, 1, [[0]]]

S = [0, [[1]], 2] S = [2, [[1]], 0]

S = [0, 1, [[2]]] S = [[[2]], 1, 0]

S = [[[0, 1]], 2] S = [2, [[1, 0]]]

S = [0, [[1, 2]]] S = [[[2, 1]], 0]

S = [[[0]], 1, [[2]]] S = [[[2]], 1, [[0]]]

2.3.3. O = (2, 1)

S = [[[0]], [1], [2]] S = [[2], [1], [[0]]]

S = [[[1]], [0], [2]] S = [[2], [0], [[1]]]

S = [[[2], [0], [1]] S = [[1], [0], [[2]]]

S = [[[0, 1]], [2]] S = [[2], [[1, 0]]]

S = [[[0, 2]], [1]] S = [[1], [[2, 0]]]

S = [[[1, 2]], [0]]   S = [[0], [[2, 1]]]

2.3.4. O = (2, 1, 0)

S = [[[0]], [1], 2]   S = [2, [1], [[0]]]

S = [[[1]], [0], 2]   S = [2, [0], [[1]]]

S = [[[2]], [0], 1]   S = [1, [0], [[2]]]

2.3.5. O = (2, 2, 0)

S = [[[0]], [[1]], 2]   S = [2, [[1]], [[0]]]

S = [[[1]], [[0]], 2]   S = [2, [[0]], [[1]]]

S = [[[2]], [[0]], 1]   S = [1, [[0]], [[2]]]

2.3.6. O = (2, 2, 1)

S = [[[0]], [[1]], [2]]   S = [[2], [[1]], [[0]]]

S = [[[1]], [[0]], [2]]   S = [[2], [[0]], [[1]]]

S = [[[2]], [[0]], [1]]   S = [[1], [[0]], [[2]]]

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Gänsemarsch und Seitensprünge, oder Die Addition von Kirchen und Krokodilen. In: Spuren 33, 1990, S. 56-62

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zählen mit ortsfunktionalen Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Zur Arithmetik ontischer Einbettung II

1. Zur Einleitung und theoretischen Grundlegung vgl. Teil I (Toth 2015).

2. Strukturen und Modelle n-stufiger Einbettungen mit $n \geqq 0$

2.1. 0-stufige Einbettung

2.1.1. Arithmetische Struktur

S = [0, 1, 2]

2.1.2. Ontisches Modell

Rue Friand, Paris

2.2. 1-stufige Einbettung

2.2.1. Arithmetische Strukturen

S = [[0], 1, 2]	S = [2, 1, [0]]
S = [0, [1], 2]	S = [2, [1], 0]
S = [0, 1, [2]]	S = [[2], 1, 0]

2.2.2. Ontisches Modell

Rue Geoffroy Saint-Hilaire, Paris

2.2.3. Arithmetische Strukturen

S = [[0, 1], 2]	S = [2, [1, 0]]
S = [0, [1, 2]]	S = [[2, 1], 0]
S = [[0], 1, [2]]	S = [[2], 1, [0]]

2.2.4. Ontisches Modell

Rue du Moulin Vert, Paris

2.2.5. Arithmetische Struktur

S = [[0, 1, 2]]   S = [[2, 1, 0]]

2.2.6. Ontisches Modell

Rue du Père Corentin, Paris

2.3. 2-stufige Einbettung

2.3.1. Arithmetische Struktur

S = [[[0, 1, 2]]]

2.3.2. Ontisches Modell

Rue Duméril, Paris

2.3.3. Arithmetische Strukturen

S = [[[0]], 1, 2]   S = [2, 1, [[0]]]

S = [0, [[1]], 2]   S = [2, [[1]], 0]

S = [0, 1, [[2]]]   S = [[[2]], 1, 0]

2.3.4. Ontisches Modell

Rue Duris, Paris

2.3.5. Arithmetische Strukturen

S = [[[0, 1], 2]]   S = [[2, [1, 0]]]

S = [0, [[1, 2]]]   S = [[[2, 1]], 0]

S = [[[0]], 1, [[2]]]   S = [[[2]], 1, [[0]]]

2.3.6. Ontisches Modell

Rue Dareau, Paris

2.3.7. Arithmetische Strukturen

S = [[[0]], [1], [2]]   S = [[2], [1], [[0]]]

S = [[[1]], [0], [2]]   S = [[2], [0], [[1]]]

S = [[[2], [0], [1]]   S = [[1], [0], [[2]]]

2.3.8. Ontisches Modell

Rue Pecquay, Paris

2.3.9. Arithmetische Strukturen

S = [[[0, 1]], [2]]　　　S = [[2], [[1, 0]]]

S = [[[0, 2]], [1]]　　　S = [[1], [[2, 0]]]

S = [[[1, 2]], [0]]　　　S = [[0], [[2, 1]]]

2.3.10. Ontisches Modell

Rue de l'Ouest, Paris

2.3.11. Arithmetische Strukturen

S = [[[0], [1], 2]　　　S = [2, [1], [[0]]]

S = [[[1], [0], 2]　　　S = [2, [0], [[1]]]

S = [[[2]], [0], 1]　　　S = [1, [0], [[2]]]

2.3.12. Ontisches Modell

Rue Olivier de Serres, Paris

2.3.13. Arithmetische Strukturen

S = [[[0]], [[1]], 2]   S = [2, [[1]], [[0]]]

S = [[[1]], [[0]], 2]   S = [2, [[0]], [[1]]]

S = [[[2]], [[0]], 1]   S = [1, [[0]], [[2]]]

2.3.14. Ontisches Modell

Rue du Dr Arnold Netter, Paris

2.3.15. Arithmetische Strukturen

S = [[[0]], [[1]], [2]]   S = [[2], [[1]], [[0]]]

S = [[[1]], [[0]], [2]]   S = [[2], [[0]], [[1]]]

S = [[[2]], [[0]], [1]]   S = [[1], [[0]], [[2]]]

2.3.16. Ontisches Modell

Rue Érard, Paris

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik ontischer Einbettung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Zur Arithmetik ontischer Einbettung III

1. Zu den Teilen I und II vgl. Toth (2015). Im folgenden werden die zu den Ordnungen der Stufigkeit ontischer Einbettung gehörigen Zahlenfelder bestimmt.

2.1. 0-stufige Einbettung

2.1.1. O = 1

S = [0, 1, 2]

2.2. 1-stufige Einbettung

2.2.1. O = (0, 1)

S = [[0], 1, 2]				S = [2, 1, [0]]			
Ø	1	2		2	1	Ø	
0	Ø	Ø		Ø	Ø	0	
S = [0, [1], 2]				S = [2, [1], 0]			
0	Ø	2		2	Ø	0	
Ø	1	Ø		Ø	1	Ø	
S = [0, 1, [2]]				S = [[2], 1, 0]			
0	1	Ø		Ø	1	0	
Ø	Ø	2		2	Ø	Ø	
S = [[0, 1], 2]				S = [2, [1, 0]]			
Ø	Ø	2		2	Ø	Ø	
0	1	Ø		Ø	1	0	

S = [0, [1, 2]] S = [[2, 1], 0]

0	Ø	Ø	Ø	Ø	0
Ø	1	2	2	1	Ø

S = [[0], 1, [2]] S = [[2], 1, [0]]

Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
0	Ø	2	2	Ø	0

2.2.2. O = 1

S = [[0, 1, 2]] S = [[2, 1, 0]]

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	1	2	2	1	0

2.3. 2-stufige Einbettung

2.3.1. O = 2

S = [[[0, 1, 2]]]

Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø
0	1	2

2.3.2. O = (2, 0)

S = [[[0]], 1, 2] S = [2, 1, [[0]]]

Ø	1	2	2	1	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0

S = [0, [[1]], 2]			S = [2, [[1]], 0]		
0	Ø	2	2	Ø	0
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
S = [0, 1, [[2]]]			S = [[[2]], 1, 0]		
0	1	Ø	Ø	1	0
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
S = [[[0, 1]], 2]			S = [2, [[1, 0]]]		
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	1	Ø	Ø	1	0
S = [0, [[1, 2]]]			S = [[[2, 1]], 0]		
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	1	2	2	1	Ø
S = [[[0]], 1, [[2]]]			S = [[[2]], 1, [[0]]]		
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	Ø	2	2	Ø	0

2.3.3. O = (2, 1)

S = [[[0]], [1], [2]]			S = [[2], [1], [[0]]]		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	1	2	2	1	Ø
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0

S = [[[1]], [0], [2]]			S = [[2], [0], [[1]]]		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	0	2	2	0	Ø
1	Ø	Ø	Ø	Ø	1

S = [[[2], [0], [1]]			S = [[1], [0], [[2]]]		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	0	1	1	0	Ø
2	Ø	Ø	Ø	Ø	2

S = [[[0, 1]], [2]]			S = [[2], [[1, 0]]]		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
0	1	Ø	Ø	1	0

S = [[[0, 2]], [1]]			S = [[1], [[2, 0]]]		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	1	1	Ø	Ø
0	2	Ø	Ø	2	0

S = [[[1, 2]], [0]] S = [[0], [[2, 1]]]

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	0	0	Ø	Ø
1	2	Ø	Ø	2	1

2.3.4. O = (2, 1, 0)

S = [[[0], [1], 2] S = [2, [1], [[0]]]

Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0

S = [[[1], [0], 2] S = [2, [0], [[1]]]

Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	0	Ø	Ø	0	Ø
1	Ø	Ø	Ø	Ø	1

S = [[[2]], [0], 1] S = [1, [0], [[2]]]

Ø	Ø	1	1	Ø	Ø
Ø	0	Ø	Ø	0	Ø
2	Ø	Ø	Ø	Ø	2

2.3.5. O = (2, 2, 0)

S = [[[0]], [[1]], 2] S = [2, [[1]], [[0]]]

Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	1	Ø	Ø	1	0

S = [[[1]], [[0]], 2]			S = [2, [[0]], [[1]]]		
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
1	0	Ø	Ø	0	1

S = [[[2]], [[0]], 1]			S = [1, [[0]], [[2]]]		
Ø	Ø	1	1	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
2	0	Ø	Ø	0	2

2.3.6. O = (2, 2, 1)

S = [[[0]], [[1]], [2]]			S = [[2], [[1]], [[0]]]		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
0	1	Ø	Ø	1	0

S = [[[1]], [[0]], [2]]			S = [[2], [[0]], [[1]]]		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
1	0	Ø	Ø	0	1

S = [[[2]], [[0]], [1]]			S = [[1], [[0]], [[2]]]		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	1	1	Ø	Ø
2	0	Ø	Ø	0	2

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik ontischer Einbettung I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Zur Arithmetik ontischer Einbettung IV

1. Zu den Teilen I - III vgl. Toth (2015). Im folgenden werden die bereits in Toth (2012) eingeführten Relationalzahlen mit Hilfe der Einbettungsarithmetik neu definiert.

2.1. 0-stufige Einbettung

2.1.1. O = 1

$S = [0_0, 1_0, 2_0] = [0, 1, 2]$

2.2. 1-stufige Einbettung

2.2.1. O = (0, 1)

$S = [0_1, 1, 2]$				$S = [2, 1, 0_1]$		
Ø	1	2		2	1	Ø
0	Ø	Ø		Ø	Ø	0
$S = [0, 1_1, 2]$				$S = [2, 1_1, 0]$		
0	Ø	2		2	Ø	0
Ø	1	Ø		Ø	1	Ø
$S = [0, 1, 2_1]$				$S = [2_1, 1, 0]$		
0	1	Ø		Ø	1	0
Ø	Ø	2		2	Ø	Ø
$S = [0_1, 1_1, 2]$				$S = [2, 1_1, 0_1]$		
Ø	Ø	2		2	Ø	Ø
0	1	Ø		Ø	1	0

$S = [0, 1_1, 2_1]$			$S = [2_1, 1_1, 0]$		
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0
Ø	1	2	2	1	Ø
$S = [0_1, 1, 2_1]$			$S = [2_1, 1, 0_1]$		
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
0	Ø	2	2	Ø	0

2.2.2. O = 1

$S = [0_1, 1_1, 2_1]$			$S = [2_1, 1_1, 0_1]$		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	1	2	2	1	0

2.3. 2-stufige Einbettung

2.3.1. O = 2

$S = [0_2, 1_2, 2_2]$

Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø
0	1	2

2.3.2. O = (2, 0)

$S = [0_2, 1, 2]$			$S = [2, 1, 0_2]$		
Ø	1	2	2	1	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0

$S = [0, 1_2, 2]$

0	Ø	2
Ø	Ø	Ø
Ø	1	Ø

$S = [2, 1_2, 0]$

2	Ø	0
Ø	Ø	Ø
Ø	1	Ø

$S = [0, 1, 2_2]$

0	1	Ø
Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2

$S = [2_2, 1, 0]$

Ø	1	0
Ø	Ø	Ø
2	Ø	Ø

$S = [0_2, 1_2, 2]$

Ø	Ø	2
Ø	Ø	Ø
0	1	Ø

$S = [2, 1_2, 0_2]$

2	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø
Ø	1	0

$S = [0, 1_2, 2_2]$

0	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø
Ø	1	2

$S = [2_2, 1_2, 0]$

Ø	Ø	0
Ø	Ø	Ø
2	1	Ø

$S = [0_2, 1, 2_2]$

Ø	1	Ø
Ø	Ø	Ø
0	Ø	2

$S = [2_2, 1, 0_2]$

Ø	1	Ø
Ø	Ø	Ø
2	Ø	0

2.3.3. $O = (2, 1)$

$S = [0_2, 1_1, 2_1]$				$S = [2_1, 1_1, 0_2]$		
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø
Ø	1	2		2	1	Ø
0	Ø	Ø		Ø	Ø	0
$S = [1_2, 0_1, 2_1]$				$S = [2_1, 0_1, 1_2]$		
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø
Ø	0	2		2	0	Ø
1	Ø	Ø		Ø	Ø	1
$S = [2_2, 0_1, 1_1]$				$S = [1_1, 0_1, 2_2]$		
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø
Ø	0	1		1	0	Ø
2	Ø	Ø		Ø	Ø	2
$S = [0_2, 1_2, 2_1]$				$S = [2_1, 1_2, 0_2]$		
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2		2	Ø	Ø
0	1	Ø		Ø	1	0
$S = [0_2, 2_2, 1_1]$				$S = [1_1, 2_2, 0_2]$		
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	1		1	Ø	Ø
0	2	Ø		Ø	2	0

$S = [1_2, 2_2, 0_1]$ $S = [0_1, 2_2, 1_2]$

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	0	0	Ø	Ø
1	2	Ø	Ø	2	1

2.3.4. O = (2, 1, 0)

$S = [0_2, 1_1, 2]$ $S = [2, 1_1, 0_2]$

Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0

$S = [1_2, 0_1, 2]$ $S = [2, 0_1, 1_2]$

Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	0	Ø	Ø	0	Ø
1	Ø	Ø	Ø	Ø	1

$S = [2_2, 0_1, 1]$ $S = [1, 0_1, 2_2]$

Ø	Ø	1	1	Ø	Ø
Ø	0	Ø	Ø	0	Ø
2	Ø	Ø	Ø	Ø	2

2.3.5. O = (2, 2, 0)

$S = [0_2, 1_2, 2]$ $S = [2, 1_2, 0_2]$

Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	1	Ø	Ø	1	0

$S = [1_2, 0_2, 2]$ $S = [2, 0_2, 1_2]$

Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
1	0	Ø	Ø	0	1

$S = [2_2, 0_2, 1]$ $S = [1, 0_2, 2_2]$

Ø	Ø	1	1	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
2	0	Ø	Ø	0	2

2.3.6. $O = (2, 2, 1)$

$S = [0_2, 1_2, 2_1]$ $S = [2_1, 1_2, 0_2]$

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
0	1	Ø	Ø	1	0

$S = [1_2, 0_2, 2_1]$ $S = [2_1, 0_2, 1_2]$

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
1	0	Ø	Ø	0	1

$S = [2_2, 0_2, 1_1]$ $S = [1_1, 0_2, 2_2]$

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	1	1	Ø	Ø
2	0	Ø	Ø	0	2

Literatur

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Zur Arithmetik ontischer Einbettung I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Zur Arithmetik ontischer Einbettung V

1. Zu den Teilen I - III vgl. Toth (2015). Im folgenden werden die bereits in Toth (2012) eingeführten Relationalzahlen in vertikaler Zählweise definiert und anhand von ontischen Modellen illustriert.

2.1. 0-stufige Einbettung

2.1.1. O = 1

2.1.1.1. Relationalzahlfolge

$S = [0_0, 1_0, 2_0] = [0, 1, 2]$

2.1.1.2. Ontisches Modell

Birchstr. 120, 8050 Zürich

2.2. 1-stufige Einbettung

2.2.1. O = (0, 1)

2.2.1.1. Relationalzahlfolgen

$S = [0_1, 1, 2]$ $S = [2, 1, 0_1]$

2.2.1.2. Ontisches Modell

$S = [0, 1_1, 2]$ $S = [2, 1_1, 0]$

$S = [0, 1, 2_1]$ $S = [2_1, 1, 0]$

Liebensteinstr. 5, 8047 Zürich

2.2.1.3. Relationalzahlfolgen

$S = [0_1, 1_1, 2]$ $S = [2, 1_1, 0_1]$

$S = [0, 1_1, 2_1]$ $S = [2_1, 1_1, 0]$

$S = [0_1, 1, 2_1]$ $S = [2_1, 1, 0_1]$

2.2.1.4. Ontisches Modell

Hagentalerstr. 1-3, 4055 Basel

2.2.2. O = 1

2.2.2.1. Relationalzahlfolgen

$S = [0_1, 1_1, 2_1]$ $S = [2_1, 1_1, 0_1]$

2.2.2.2. Ontisches Modell

Witikonerstr. 32, 8032 Zürich

2.3. 2-stufige Einbettung

2.3.1. O = 2

2.3.1.1. Relationalzahlfolge

$S = [0_2, 1_2, 2_2]$

2.3.1.2. Ontisches Modell

Berneggstraße, 9000 St. Gallen

2.3.2. O = (2, 0)

2.3.2.1. Relationalzahlfolgen

$S = [0_2, 1, 2]$ $S = [2, 1, 0_2]$

$S = [0, 1_2, 2]$ $S = [2, 1_2, 0]$

$S = [0, 1, 2_2]$ $S = [2_2, 1, 0]$

2.3.2.2. Ontisches Modell

Susenbergstr. 176, 8044 Zürich

2.3.2.3. Relationalzahlfolgen

$S = [0_2, 1_2, 2]$ $S = [2, 1_2, 0_2]$

$S = [0, 1_2, 2_2]$ $S = [2_2, 1_2, 0]$

$S = [0_2, 1, 2_2]$ $S = [2_2, 1, 0_2]$

2.3.2.4. Ontisches Modell

Soodstr. 88, 8041 Zürich

2.3.3. $O = (2, 1)$

2.3.3.1. Relationalzahlfolgen

$S = [0_2, 1_1, 2_1]$ $S = [2_1, 1_1, 0_2]$

$S = [1_2, 0_1, 2_1]$ $S = [2_1, 0_1, 1_2]$

$S = [2_2, 0_1, 1_1]$ $S = [1_1, 0_1, 2_2]$

2.3.3.2. Ontisches Modell

Imbodenstr. 11, 9016 St. Gallen

2.3.3.3. Relationalzahlfolgen

$S = [0_2, 1_2, 2_1]$ $S = [2_1, 1_2, 0_2]$

$S = [0_2, 2_2, 1_1]$ $S = [1_1, 2_2, 0_2]$

$S = [1_2, 2_2, 0_1]$ $S = [0_1, 2_2, 1_2]$

2.3.3.4. Ontisches Modell

Regensdorferstr. 66, 8049 Zürich

2.3.4. O = (2, 1, 0)

2.3.4.1. Relationalzahlfolgen

$S = [0_2, 1_1, 2]$	$S = [2, 1_1, 0_2]$
$S = [1_2, 0_1, 2]$	$S = [2, 0_1, 1_2]$
$S = [2_2, 0_1, 1]$	$S = [1, 0_1, 2_2]$

2.3.4.2. Ontisches Modell

Am Holbrig 8, 8049 Zürich

2.3.5. O = (2, 2, 0)

2.3.5.1. Relationalzahlfolgen

$S = [0_2, 1_2, 2]$ $S = [2, 1_2, 0_2]$

$S = [1_2, 0_2, 2]$ $S = [2, 0_2, 1_2]$

$S = [2_2, 0_2, 1]$ $S = [1, 0_2, 2_2]$

2.3.5.2. Ontisches Modell

Schürwies 9, 8038 Zürich

2.3.6. $O = (2, 2, 1)$

2.3.6.1. Relationalzahlfolgen

$S = [0_2, 1_2, 2_1]$ $S = [2_1, 1_2, 0_2]$

$S = [1_2, 0_2, 2_1]$ $S = [2_1, 0_2, 1_2]$

$S = [2_2, 0_2, 1_1]$ $S = [1_1, 0_2, 2_2]$

2.3.6.2. Ontisches Modell

Am Wasser 44, 8049 Zürich

Literatur

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Zur Arithmetik ontischer Einbettung I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Zur Arithmetik der Relationalzahlen I

1. Im folgenden beschränken wir uns auf die Addition (und die aus ihr folgende konverse Subtraktion) unter den Grundrechenarten für Relationalzahlen (vgl. Toth 2015a, b). Zu dieser völlig neuen Art von "Einbettungszahlen" gibt es bisher fast gar keine Untersuchungen.

2.1. Adjazente Relationalzahlen

$(0, 1)$	$(1, 0)$	$(0_1, 1_1)$	$(1_1, 0_1)$
$(0_{-1}, 1_{-1})$	$(1_{-1}, 0_{-1})$	$(0, 1)$	$(1, 0)$

Für die Addition gilt

$(0, 1) + (1, 0) = (1, 1)$

$(0, 1) + (0_1, 1_1) = ((0, 0_1), (1, 1_1))$

$(0, 1) + (1_1, 0_1) = ((0, 1_1), (1, 0_1))$, usw.

$(0_{-1}, 1_{-1}) + (1_{-1}, 0_{-1}) = (1_{-1}, 1_{-1})$

$(0_{-1}, 1_{-1}) + (0, 1) = ((0_{-1}, 1_{-1}), 0), (0_{-1}, 1_{-1}, 1))$

$(0_{-1}, 1_{-1}) + (1, 0) = ((0_{-1}, 1_{-1}), 1), (0_{-1}, 1_{-1}, 0))$, usw.

Falls zwischen positiven und negativen Relationzahlen unterschieden wird, kann der Einbettungsgrad gleich 0 werden

$(0_{-1}, 1_{-1}) + (0_{+1}, 1_{+1}) = (0, 1)$.

2.2. Subjazente Relationalzahlen

$(0 \leftarrow 1_{-1})$	$(1_{-1} \rightarrow 0)$
$(0_{-1} \leftarrow 1)$	$(1 \rightarrow 0_{-1})$

Für die Addition gilt

$(0 \leftarrow 1_{-1}) + (1_{-1} \rightarrow 0) = (1, 1)$

$(0 \leftarrow 1_{-1}) + (0_{-1} \leftarrow 1) = (1, 0)$

$(0 \leftarrow 1_{-1}) + (1 \rightarrow 0_{-1}) = (0, 1)$

2.3. Transjazente Relationalzahlen

$(0, 1_{-1})$	$(1_{-1}, 0)$
$(0_{-1}, 1)$	$(1, 0_{-1})$

Für die Addition gilt

$(0, 1_{-1}) + (1_{-1}, 0) = (1_{-1}, 1_{-1})$

$(0, 1_{-1}) + (0_{-1}, 1) = (0_{-1}, 1_{-1})$

$(0, 1_{-1}) + (1, 0_{-1}) = (1, 1_{-1})$

Man beachte, daß die Summe (0, 0) durch die Additionen der drei ortsfunktionalen Zählweisen nicht erreichbar ist. Falls die Körpermultiplikation für Relationalzahlen gilt, könnte sie auf diese Weise herstellbar sein. Um diese und viele weitere arithmetische Fragen zu klären, sind jedoch umfangreiche Untersuchungen nötig.

Literatur

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Semiotische Operationen und ortsfunktionale Zählweisen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Zur Arithmetik der Relationalzahlen II

1. Gegeben sei die Menge der Peanozahlen P = (1, 2, 3, ...) und eine Menge E von Einbettungszahlen E = (-n, ..., -2, -1, 0, 1, 2, ..., n), dann kann man P = f(E) im folgenden 2-dimensionalen Zahlenfeld (vgl. Toth 2015a) anordnen.

	1	2	3	... → P
+2	1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}	
+1	1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}	
0	1_{0}	2_{0}	3_{0}	
-1	1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}	
-2	1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}	
↓ E				

2. Dadurch kann man die in Toth (2015b, c) eingeführten drei ortsfunktionalen Zählweisen auf bequeme Art neu definieren. Relationalzahlen werden als n-tupel, im minimalen Falle also als Paare, von P = f(E) eingeführt.

2.1. Adjazente Relationalzahlen

$R = (x_m, y_n)$

$x \neq y$ und $m = n$

$1_{+2} \rightarrow 2_{+2} \rightarrow 3_{+2}$

$1_{+1} \rightarrow 2_{+1} \rightarrow 3_{+1}$

$1_{0} \rightarrow 2_{0} \rightarrow 3_{0}$

$1_{-1} \rightarrow 2_{-1} \rightarrow 3_{-1}$

$1_{-2} \rightarrow 2_{-2} \rightarrow 3_{-2}$

2.2. Subjazente Relationalzahlen

$R = (x_m, y_n)$

$x = y$ und $m \neq n$

1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}
↓	↓	↓
1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}
↓	↓	↓
1_0	2_0	3_0
↓	↓	↓
1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}
↓	↓	↓
1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}

2.3. Transjazente Relationalzahlen

$R = (x_n, y_m)$

$x \neq y$ und $m \neq n$

1_{+2}		2_{+2}		3_{+2}	1_{+2}		2_{+2}		3_{+2}
	↗↙		↗↙			↖↘		↖↘	
1_{+1}		2_{+1}		3_{+1}	1_{+1}		2_{+1}		3_{+1}
	↗↙		↗↙			↖↘		↖↘	
1_0		2_0		3_0	1_0		2_0		3_0
	↗↙		↗↙			↖↘		↖↘	
1_{-1}		2_{-1}		3_{-1}	1_{-1}		2_{-1}		3_{-1}

$\nearrow\swarrow$ $\nearrow\swarrow$ $\nwarrow\searrow$ $\nwarrow\searrow$

1_{-2} 2_{-2} 3_{-2} 1_{-2} 2_{-2} 3_{-2}

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zählen mit ortsfunktionalen Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Einführung der peirce-benseschen Semiotik mit Hilfe von Relationalzahlen

1. Im folgenden werden die Grundlagen der peirce-benseschen Semiotik mit Hilfe der in Toth (2015a, b) skizzierten Theorie der Relationalzahlen neu eingeführt.

2.1. Primzeichen

Die Menge der von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten, Primzeichen genannten, Zeichenzahlen P = (1, 2, 3) teilt sich in eine Teilmenge der triadischen

$P_{td} = <x.>$

und in eine Teilmenge der trichotomischen

$P_{tt} = <.y>$

Zeichenzahlen, mit x, y ∈ P. Diese unterscheiden sich also lediglich durch ihren Einbettungsgrad, d.h. für die zugehörigen Relationalzahlen R gilt

$R(P_{td}) \supset R(P_{tt})$.

2.2. Subzeichen

Subzeichen werden als kartesische Produkte der Form

$S = <x.y>$

mit $<x.y> \subset P \times P$

definiert. Damit können wir die $3^2 = 9$ Subzeichen in der Form der folgenden Matrixdarstellung über P mit Hilfe von Relationalzahlen wie folgt definieren

$(1_m, 1_n) \quad (1_m, 2_{n+1}) \quad (1_m, 3_{n+2})$

$(2_{m+1}, 1_n) \quad (2_{m+1}, 2_{n+1}) \quad (2_{m+1}, 3_{n+2})$

$(3_{m+2}, 1_n) \quad (3_{m+2}, 2_{n+1}) \quad (3_{m+2}, 3_{n+2})$.

2.3. Zeichenklassen und Realitätsthematiken

Semiotische Dualysteme, bestehend aus Zeichenklassen und Realitästhematiken, werden nach einem Vorschlag Walthers (1979, S. 79) als Konkatenationen von Paaren von Dyaden von Subzeichen gebildet. Damit erhalten wir sogleich

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 1_n), (1_m, 1_n)) \quad \times ((1_m, 1_n), (1_m, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 1_n), (1_m, 2_{n+1})) \quad \times ((2_{m+1}, 1_n), (1_m, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 1_n), (1_m, 3_{n+2})) \quad \times ((3_{m+2}, 1_n), (1_m, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 2_{n+1})) \quad \times ((2_{m+1}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2})) \quad \times ((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 3_{n+2}), (1_m, 3_{n+2})) \quad \times ((3_{m+2}, 1_n), (3_{m+2}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 2_{n+1})) \quad \times ((2_{m+1}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2})) \quad \times ((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 3_{n+2}), (1_m, 3_{n+2})) \quad \times ((3_{m+2}, 1_n), (3_{m+2}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 3_{n+2}), (2_{m+1}, 3_{n+2}), (1_m, 3_{n+2})) \quad \times ((3_{m+2}, 1_n), (3_{m+2}, 2_{n+1}), (3_{m+2}, 3_{n+2}))$

Man beachte, daß die Dualisierung nur die Peanozahlenanteile der Relationalzahlen, nicht aber deren Einbettungsgrad betreffen, d.h. der qualitativ, nämlich als differentielles (nicht-materiales) "Tertium" wirkende Einbettungsoperator hebt die Identität zwischen dualen Subzeichen der nicht-eingebetteten Form

$\times\langle x.y\rangle = \langle y.x\rangle$

$\times\times\langle x.y\rangle = \langle x.y\rangle$

auf. Daraus folgt die Ungültigkeit der Eigenrealität, deren Spiegelbildlichkeit (vgl. Bense 1992) sich als nur scheinbar entpuppt

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2})) \quad \times ((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2})),$

denn wir haben

$\times(3_{m+2}, 1_n) \neq (1_m, 3_{n+2})$

$\times(2_{m+1}, 2_{n+1}) \neq (2_{m+1}, 2_{n+1})$

$\times(1_m, 3_{n+2}) \neq \times(3_{m+2}, 1_n)$.

Dasselbe gilt für die Kategorienrealität, da auch die Dualisation der eingebetteten genuinen Subzeichen, d.h. der automorphen Semiosen, nicht-identitiv ist, wie man sich leicht selbst überzeugt.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Relationalarithmetische Definition hierarchisch-heterarchischer Systeme

1. Im folgenden wird die in Toth (2015) skizzierte Arithmetik der Relationalzahlen vorausgesetzt. Die Menge der Peanozahlen P wird in funktionale Abhängigkeit von einer Menge von Einbettungszahlen E gesetzt, d.h. P = f(E) läßt sich im folgenden 2-dimensionalen Zahlenfeld anordnen.

		1	2	3	...	P
+2		1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}		
+1		1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}		
0		1_{0}	2_{0}	3_{0}		
-1		1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}		
-2	E	1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}		

Systeme, welche die arithmetische Struktur von P = f(E) aufweisen, sind also vermöge Adjazenz heterarchisch, vermöge Subjazenz hierarchisch und vermöge Transjazenz sowohl hierarchisch als auch heterarchisch.

2.1. Adjazente Relationalzahlen

2.1.1. Definition

$R = (x_m, y_n)$

$x \neq y$ und $m = n$

$1_{+2} \quad \rightarrow \quad 2_{+2} \quad \rightarrow \quad 3_{+2}$

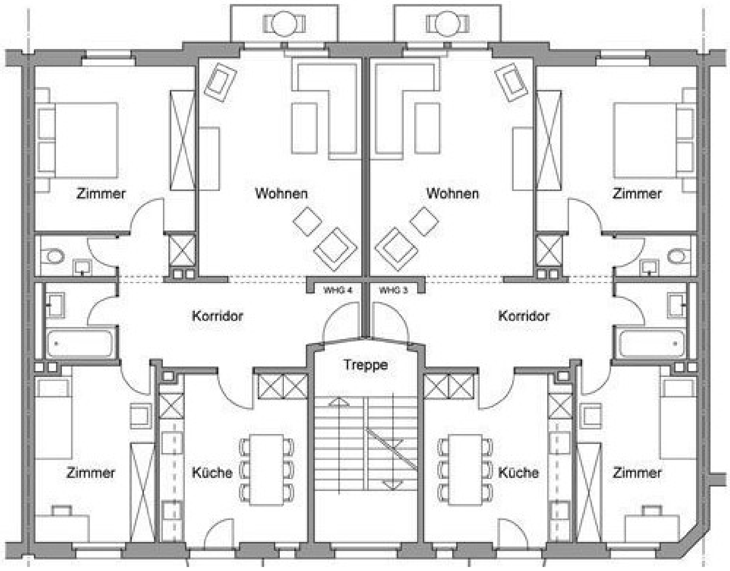
$1_{+1} \quad \rightarrow \quad 2_{+1} \quad \rightarrow \quad 3_{+1}$

$1_{0} \quad \rightarrow \quad 2_{0} \quad \rightarrow \quad 3_{0}$

$1_{-1} \quad \rightarrow \quad 2_{-1} \quad \rightarrow \quad 3_{-1}$

$1_{-2} \quad \rightarrow \quad 2_{-2} \quad \rightarrow \quad 3_{-2}$

2.1.2. Ontisches Modell



Magnolienstr. o.N., 8008 Zürich

2.2. Subjazente Relationalzahlen

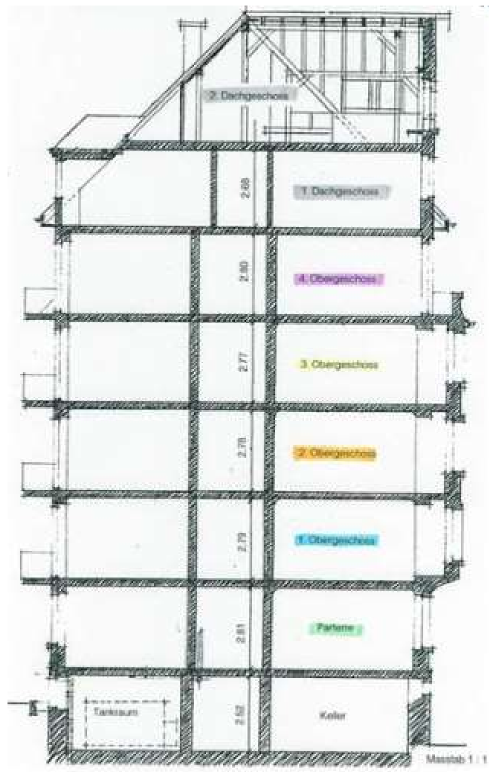
2.2.1. Definition

$R = (x_m, y_n)$

$x = y$ und $m \neq n$

1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
1_0	2_0	3_0
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}

2.2.2. Ontisches Modell



Burgstr. 29, 9000 St. Gallen

2.3. Transjazente Relationalzahlen

2.3.1. Definition

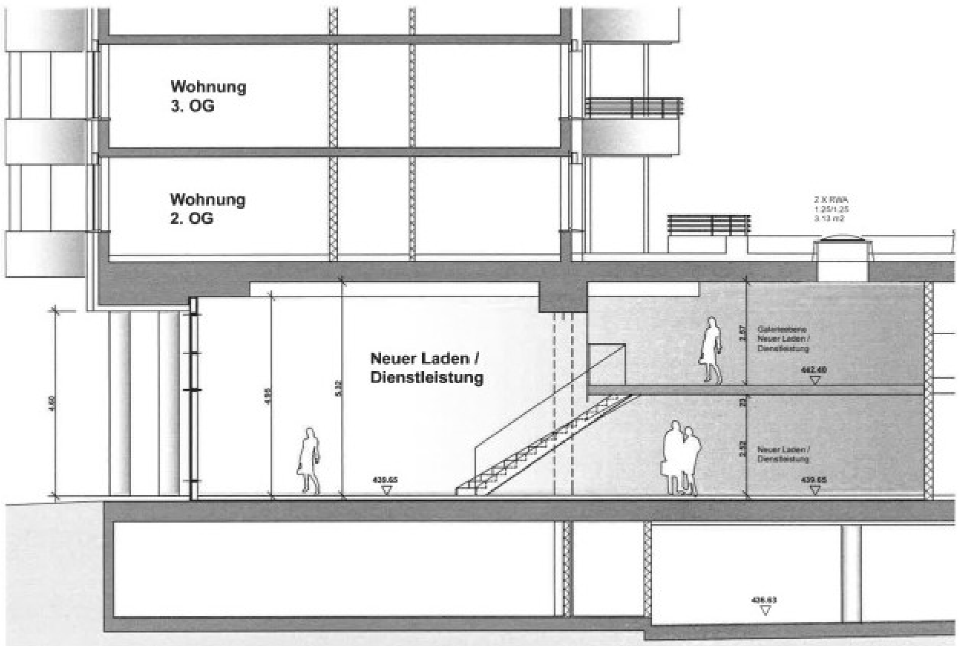
$R = (x_n, y_m)$

$x \neq y$ und $m \neq n$

1_{+2}		2_{+2}		3_{+2}	1_{+2}		2_{+2}		3_{+2}
	↗↙		↗↙			↖↘		↖↘	
1_{+1}		2_{+1}		3_{+1}	1_{+1}		2_{+1}		3_{+1}
	↗↙		↗↙			↖↘		↖↘	
1_0		2_0		3_0	1_0		2_0		3_0
	↗↙		↗↙			↖↘		↖↘	

$$\begin{array}{ccccc} 1_{-1} & & 2_{-1} & & 3_{-1} \\ & \nearrow\swarrow & & \nearrow\swarrow & \\ 1_{-2} & & 2_{-2} & & 3_{-2} \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} 1_{-1} & & 2_{-1} & & 3_{-1} \\ & \nwarrow\searrow & & \nwarrow\searrow & \\ 1_{-2} & & 2_{-2} & & 3_{-2} \end{array}$$

2.3.2. Ontisches Modell



Ruedi Walter-Str. 2, 8050 Zürich

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Relationalzahligkeit bei Menus

1. Die in Toth (2015) skizzierte Arithmetik der Relationalzahlen, welche Peanozahlen in funktionale Abhängigkeit von Einbettungszahlen setzt, erlaubt die in 2-dimensionalen Zahlenfelder möglichen drei Zählweisen der (horizontalen) Adjazenz, der (vertikalen) Subjazenz und der (diagonalen) Transjazenz. In Sonderheit werden damit hierarchische, heterarchische und gemischte Systeme durch das folgende Zahlenschema formal faßbar.

		1	2	3	...	P
+2		1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}		
+1		1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}		
0		1_{0}	2_{0}	3_{0}		
-1		1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}		
-2	E	1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}		

2. Im folgenden werden als ontische Modelle Desserts verwendet.

2.1. Adjazente Relationalzahligkeit

2.1.1. Definition

$R = (x_m, y_n)$

$x \neq y$ und $m = n$

$1_{+2} \rightarrow 2_{+2} \rightarrow 3_{+2}$

$1_{+1} \rightarrow 2_{+1} \rightarrow 3_{+1}$

$1_{0} \rightarrow 2_{0} \rightarrow 3_{0}$

$1_{-1} \rightarrow 2_{-1} \rightarrow 3_{-1}$

$1_{-2} \rightarrow 2_{-2} \rightarrow 3_{-2}$

2.1.2. Ontisches Modell

2.2. Subjazente Relationalzahligkeit

2.2.1. Definition

$R = (x_m, y_n)$

$x = y$ und $m \neq n$

1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}
↓	↓	↓
1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}
↓	↓	↓
1_0	2_0	3_0
↓	↓	↓
1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}
↓	↓	↓
1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}

2.2.2. Ontisches Modell

2.3. Transjazente Relationalzahligkeit

2.3.1. Definition

$R = (x_n, y_m)$

$x \neq y$ und $m \neq n$

$$\begin{array}{ccccc}
1_{+2} & & 2_{+2} & & 3_{+2} \\
& \nearrow\swarrow & & \nearrow\swarrow & \\
1_{+1} & & 2_{+1} & & 3_{+1} \\
& \nearrow\swarrow & & \nearrow\swarrow & \\
1_{0} & & 2_{0} & & 3_{0} \\
& \nearrow\swarrow & & \nearrow\swarrow & \\
1_{-1} & & 2_{-1} & & 3_{-1} \\
& \nearrow\swarrow & & \nearrow\swarrow & \\
1_{-2} & & 2_{-2} & & 3_{-2}
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{ccccc}
1_{+2} & & 2_{+2} & & 3_{+2} \\
& \nwarrow\searrow & & \nwarrow\searrow & \\
1_{+1} & & 2_{+1} & & 3_{+1} \\
& \nwarrow\searrow & & \nwarrow\searrow & \\
1_{0} & & 2_{0} & & 3_{0} \\
& \nwarrow\searrow & & \nwarrow\searrow & \\
1_{-1} & & 2_{-1} & & 3_{-1} \\
& \nwarrow\searrow & & \nwarrow\searrow & \\
1_{-2} & & 2_{-2} & & 3_{-2}
\end{array}$$

2.3.2. Ontisches Modell

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Relationalzahlig strukturierte Objekte

1. Die in Toth (2015a) skizzierte Arithmetik der Relationalzahlen, welche Peanozahlen in funktionale Abhängigkeit von Einbettungszahlen setzt, erlaubt die in 2-dimensionalen Zahlenfelder möglichen drei Zählweisen der (horizontalen) Adjazenz, der (vertikalen) Subjazenz und der (diagonalen) Transjazenz.

E \ P	1	2	3	...
+2	1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}	
+1	1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}	
0	1_{0}	2_{0}	3_{0}	
-1	1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}	
-2	1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}	

2. Im folgenden wird gezeigt, daß es nicht nur Konnexe von Objekten, sondern auch Einzelobjekte gibt, welche relationalzahlig strukuriert sind. Relationalzahlen betreffen damit sowohl die externen als auch die internen ontischen Konnexe, die in Toth (2015b) unterschieden worden waren.

2.1. Adjazente Relationalzahligkeit

2.1.1. Definition

$R = (x_m, y_n)$ mit $x \neq y$ und $m = n$

$1_{+2} \rightarrow 2_{+2} \rightarrow 3_{+2}$

$1_{+1} \rightarrow 2_{+1} \rightarrow 3_{+1}$

$1_{0} \rightarrow 2_{0} \rightarrow 3_{0}$

$1_{-1} \rightarrow 2_{-1} \rightarrow 3_{-1}$

$1_{-2} \rightarrow 2_{-2} \rightarrow 3_{-2}$

2.1.2. Ontisches Modell

Restelbergstr. 53, 8044 Zürich

2.2. Subjazente Relationalzahligkeit

2.2.1. Definition

$R = (x_m, y_n)$ mit $x = y$ und $m \neq n$

1_{+2} 2_{+2} 3_{+2}

↓ ↓ ↓

1_{+1} 2_{+1} 3_{+1}

↓ ↓ ↓

1_0 2_0 3_0

↓ ↓ ↓

1_{-1} 2_{-1} 3_{-1}

↓ ↓ ↓

1_{-2} 2_{-2} 3_{-2}

2.2.2. Ontisches Modell

Ottenbergstr. 35, 8049 Zürich

2.3. Transjazente Relationalzahligkeit

2.3.1. Definition

$R = (x_n, y_m)$ mit $x \neq y$ und $m \neq n$

1_{+2}		2_{+2}		3_{+2}	1_{+2}		2_{+2}		3_{+2}
	$\nearrow\swarrow$		$\nearrow\swarrow$			$\nwarrow\searrow$		$\nwarrow\searrow$	
1_{+1}		2_{+1}		3_{+1}	1_{+1}		2_{+1}		3_{+1}
	$\nearrow\swarrow$		$\nearrow\swarrow$			$\nwarrow\searrow$		$\nwarrow\searrow$	
1_0		2_0		3_0	1_0		2_0		3_0
	$\nearrow\swarrow$		$\nearrow\swarrow$			$\nwarrow\searrow$		$\nwarrow\searrow$	
1_{-1}		2_{-1}		3_{-1}	1_{-1}		2_{-1}		3_{-1}
	$\nearrow\swarrow$		$\nearrow\swarrow$			$\nwarrow\searrow$		$\nwarrow\searrow$	
1_{-2}		2_{-2}		3_{-2}	1_{-2}		2_{-2}		3_{-2}

2.3.2. Ontisches Modell

Limmatquai 1, 8001 Zürich

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Semiotische und ontische Konnexe. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Ontische Verankerung semiotischer Relationen

1. Wie in Toth (2015a) gezeigt, kann man die Peanozahlen P = (1, 2, 3, ...) funktional von einer Menge von Einbettungszahlen (-n, ..., -1, 0, 1, ..., n) abhängig machen

P = f(E)

und damit die lineare Folge der Peanozahlen in ein 2-dimensionales Zahlenfeld transformieren, das sich vom Zahlenfeld der komplexen Zahlen dadurch unterscheidet, daß für jedes Paar von Zahlen durch P und E eindeutig angegeben werden kann, welche Zahl kleiner und welche größer ist

	1	2	3	...	P
+2	1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}		
+1	1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}		
0	1_{0}	2_{0}	3_{0}		
-1	1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}		
-2 E	1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}.		

2. Bildet man entsprechend die Subzeichen der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

auf P(E) ab, so erhält man

$$\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}$$

d.h. jedes Subzeichen ist durch E = (m, n) ontisch lokalisiert, und man kann daher diese ortsfunktionale Matrix auch in der folgenden Form darstellen

	m	m+1	m+2
n	1.1	2.1	3.1
n+1	1.2	2.2	2.3
n+2	1.3	2.3	3.3 .

Der Unterschied zwischen der benseschen und der zuletzt präsentierten Matrix ist also der, daß die für vollständige Zeichenrelationen der Form

$Z = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$,

d.h. für "Relationen über Relationen" (Bense 1979, S. 53 u. 67), geltenden Selbsteinbettungen auf die die vollständigen Zeichenrelationen konstituierenden semiotischen Teilrelationen übertragen werden. Wie bereits in Toth (2015b) gezeigt, fallen dadurch konverse und duale Subzeichen nicht mehr länger zusammen, und dies gilt selbstverständlich sowohl für Dualität wie für Selbstdualität

$\times(1_m, 1_n) \neq (1_n, 1_m)$

$\times(1_m, 2_{n+1}) \neq (2_{m+1}, 1_n)$, usw.

Damit wird also der für jedes Objekt erforderliche Ort, den der ontische Satz

$\Omega = f(\omega)$

festlegt (vgl. Toth 2014), via thetische Einführung des Zeichens vom Objekt auf das ihm zugeordnete "Metaobjekt" (Bense 1967, S. 9) semiotisch "mitgeführt" (Bense 1979, S. 29). Semiotische Relationen sind damit genauso wie ihre bezeichneten Objekte ontisch verankert.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Geographie von Zeichen und von Namen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Nicht-Dualität von Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Mitführung ontischer Orte bei der thetischen Setzung von Zeichen

1. Der Begriff der Mitführung wurde von Bense im Zusammenhang mit dem Begriff der Evidenz eingeführt: "Unter 'Evidenz' verstehe ich danach die Mitführung der 'Selbstgegebenheit' (eines Objekts, eines Sachverhalts, eines Phänomens etc.) in objektbezogener Repräsentanz, wobei 'Mitführung' heißt, daß das 'Präsentamen' im 'Repräsentamen' graduell bzw. partiell erhalten bleibt" (Bense 1979, S. 43).

2. Die Einführung der ortsfunktionalen Arithmetik und ihre Einbettung in eine Relationalzahlarithmetik (vgl. Toth 2015) gesteht jeder Zahl, jedem Objekt und jedem Zeichen einen eigenen ontischen Ort zu, d.h. dieser wird bei der thetischen Einführung eines Zeichens aus der Ontik in die Semiotik im Sinne Benses mitgeführt

m_1: $\Omega_1(\omega_1) \rightarrow M(\omega_1)$

m_2: $\Omega_2(\omega_2) \rightarrow O(\omega_2)$

m_3: $\Sigma(\omega_3) \rightarrow I(\omega_3)$.

(Falls der Zeichenträger ein ontischer Teil des Referenzobjektes ist, folgt aus $\Omega_1 \subset \Omega_1$ natürlich $\omega_1 = \omega_2$.)

Diese Mitführung betrifft also die Gültigkeit des ontischen Satzes, wonach jedes Objekt einen Ort haben muß

$\Omega = f(\omega)$,

auch für Zeichen und Zahlen. Dadurch kann man die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

auf die folgende ortsfunktionale Matrix abbilden

$$
\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}
$$

darin jedes Subzeichen durch E = (m, n) ontisch lokalisiert ist, und man kann daher diese ortsfunktionale Matrix auch in der folgenden Form darstellen

	n	n+1	n+2
m	1.1	1.2	1.3
m+1	2.1	2.2	2.3
m+2	3.1	3.2	3.3.

Erst die Ortsfunktionalität dieser Subzeichen vermag also zu erklären, weshalb innerhalb der Trichotomien

$(x.y) + (x.(y+1)) < (x.(y+2))$

und innerhalb der Triaden

$(x.y) + ((x+1).y) < ((x+2).y)$,

d.h. also Hyperadditivität, gilt. Durch die funktionale Abhängigkeit der Peanozahlen von einer Menge von Einbettungszahlen, P = f(E), wird ein Teil der Qualität des bezeichneten Objektes im bezeichnenden Zeichen vermöge des ontischen Ortes des ersteren über die Kontexturgrenze zwischen Objekt und Zeichen hinweg mitgeführt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Selbstreferenz von Zeichen

1. Objekten wird in der klassischen Metaphysik und somit auch in der Semiotik die Fähigkeit zur Selbstreferenz abgesprochen, denn Objekt und Subjekt sind innerhalb der zugrunde liegenden 2-wertigen aristotelischen Logik kraft des Verbotes eines der Vermittlung dienen Tertiums strikt voneinander geschieden, d.h. es können innerhalb von L = (0, 1) zwar die Werte ausgetauscht werden, und es gilt sogar

$(L = (0, 1)) \cong (L^{-1} = (1, 0))$,

aber es gibt keine Teilrelationen der Form $(0, 1) \subset 0$, $(0, 1) \subset 1$ oder $(1, 0) \subset 0$, $(1, 0) \subset 1$, d.h. L ist eine Funktion absoluter Kategorien, nämlich objektiver Objekte und subjektiver Subjekte.

2. Wenn nun das Zeichen innerhalb der Dichotomie L = (0, 1) die Subjektposition einnimmt, da es ja kein Objekt ist, dann kann es auf dem Boden der klassischen Logik auch keine Vermittlung zwischen bezeichnetem Objekt und bezeichnendem Zeichen geben. Dies ist also die logische Wurzel des Arbitraritätsgesetzes. Warum es dennoch möglich, ein Bild eines Objektes, d.h. ein iconisches Zeichen, zu setzen, widerspricht also bereits der klassischen Logik, denn offenbar ist hier die Schnittmenge der Merkmalsmengen des Objektes und des Zeichens nicht-leer und somit also vermittelt. Dies widerspricht aber dem Satz vom Ausgeschlossenen Dritten. Ferner verbietet die klassische Logik auch die Selbstreferenz von Zeichen, denn diese bedeutete eine Iteration der Subjektposition und somit wiederum mindestens einen zusätzlichen Wert, der also die 2-Wertigkeit der aristotelischen Logik sprengte. In dieser sind somit Objekt und Zeichen diskontextural geschieden, und es gibt somit nicht nur keine Selbstreferenz des Objektes, sondern auch keine solche des Subjektes.

3. Allerdings besagt ein Satz der Ontik (vgl. Toth 2014), daß jedes Objekt einen ontischen Ort haben muß,

$\Omega = f(\omega)$,

denn Objekte teilen ihre Umgebungen in paarweise Differenzen, sonst wären sie gar nicht wahrnehmbar, und nur wahrnehmbare Objekte sind Objekte, nämlich subjektive Objekte. Auch wenn Objekte nicht durch den Wahrnehmungsprozeß erzeugt werden und diesem also vorgegeben sein müssen, ist die Vorstellung ortsloser Objekte absurd. Nun hatte bereits Bense in einem seiner Frühwerke erkannt: "Form und Inhalt, zwei Phänomene, zwischen denen ja sicher Isomorphie besteht" (Bense 1939, S. 83), und man braucht also nicht die marxistische Abbildtheorie zu bemühen, um zu erkennen, daß die aus der Logik folgende Unvermitteltheit zwischen Objekt und Zeichen falsch ist. Das bedeutet aber, daß bei der Abbildung von Objekten auf Zeichen die für Objekte obligatorischen ontischen Ort "mitgeführt" (vgl. Bense 1979, S. 34), d.h. auf die Zeichen abgebildet werden müssen, und es gilt somit

f: $\Omega = f(\omega) \rightarrow Z = f(\omega)$,

und da nur wahrgenommene oder gedachte, also in jedem Falle subjektive Objekte zu Zeichen erklärt werden können und die letzteren von Bense (1967, S. 9) als "Metaobjekte" eingeführt worden waren, ist also die Relation zwischen dem bezeichneten Objekt und seinem es bezeichnenden Zeichen dual

$R = (\Omega = f(\Sigma)) \times (\Sigma = f(\Omega))$.

Diese ontisch-semiotische Dualrelation wird nach abgeschlossener Metaobjektivation auf das Zeichenschema übertragen, das, wie seit Bense (1975) bekannt ist, ebenfalls verdoppelt ist und in der Form einer die erkenntnistheoretische Subjektposition repräsentierenden Zeichenthematik und einer dualen, die erkenntnistheoretische Objektposition repräsentierenden Realitätsthematik erscheint (vgl. Bense 1981, S. 105)

$RTh = \times(ZTh)$.

4. Die Mitführung ontischer Orte bei der thetischen Setzung von Zeichen, d.h. die Abbildung

f: $\Omega = f(\omega) \rightarrow Z = f(\omega)$,

erfordert nun aber eine Abbildung der ortsfreien semiotischen Matrix, wie sie durch Bense (1975, S. 37) eingeführt worden war

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3,

auf die folgende ortsfunktionale Matrix

$$
\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}
$$

darin jedes Subzeichen durch E = (m, n) ontisch "verankert" ist, und man kann daher diese ortsfunktionale Matrix auch in der folgenden Form darstellen

	n	n+1	n+2
m	1.1	1.2	1.3
m+1	2.1	2.2	2.3
m+2	3.1	3.2	3.3.

Erst die Ortsfunktionalität dieser Subzeichen vermag also zu erklären, weshalb innerhalb der Trichotomien

$(x.y) + (x.(y+1)) < (x.(y+2))$

und innerhalb der Triaden

$(x.y) + ((x+1).y) < ((x+2).y)$,

d.h. Hyperadditivität gilt, denn semiotische Drittheiten sind keine quantiativen, sondern qualitative Summen aus Erst- und Zweitheiten. Wenn wir allerdings die ortsfunktionalen Entsprechungen der in der benseschen Matrix dualen Subzeichenpaare

$\times(1.2) = (2.1)$

$\times(1.3) = (3.1)$

$\times(2.3) = (3.2)$

und selbstdualen Subzeichen

$\times(1.1) = (1.1)$

$\times(2.2) = (2.2)$

$\times(3.3) = (3.3)$

betrachten, finden wir, daß die Dualität bzw. Selbstdualität lediglich in den Peanozahlanteilen, nicht aber in den Einbettungszahlenanteilen der ortsfunktionalen Subzeichen vorhanden ist. Offenbar garantieren die letzteren, welche die ontischen Orte der bezeichneten Objekte in den Zeichen mitführen, die Ungültigkeit des quantitative Systeme wie die Logik oder die Mathematik garantierenden logischen Identitätssatzes, denn wir haben nun

$\times(1_m, 1_n) \neq (1_n, 1_m)$

$\times(2_{m+1}, 2_{n+1}) \neq (2_{n+1}, 2_{m+1})$

$\times(3_{m+2}, 3_{n+2}) \neq (3_{n+2}, 3_{m+2})$.

Damit ist bereits klar, daß die Kategorienrealität, welche von Bense (1992, S. 40) als "Eigenrealität schwächerer Repräsentation" eingestuft wurde, nicht-eigenreal ist. Für das eigenreale Dualsystem gilt entsprechend

$\times((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2})) \neq ((3_{n+2}, 1_m), (2_{n+1}, 2_{m+1}), (1_n, 3_{m+2}))$,

d.h. der auf der Basis einer nicht-ortsfunktionalen und damit rein quantitativen Semiotik formulierte Satz: "Ein Zeichen (eine Zahl, eine ästhetische Realität) ist selbstreferierend im Sinne der Selbstgegebenheit des Seienden" (Bense 1992,

S. 16) ist ungültig geworden. Damit gibt es in einer qualitativen Semiotik keine Selbstreferenz von Zeichen mehr.

Literatur

Bense, Max, Geist der Mathematik. Berlin 1939

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Geographie von Zeichen und von Namen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Elementares System einer vollständigen qualitativen Arithmetik

1. Wie bereits in Toth (2015a) dargelegt, führt die Einführung eines Einbettungsoperators E und seine Anwendung auf das Zahlenpaar $P = (0, 1)$, das als arithmetische Struktur der 2-wertigen aristotelischen Logik sowie aller ihr isomorphen rein quantitativen Systeme dient, zu 2-dimensionalen Zahlenfeldern, in denen zwar 1-dimensionale Zahlenfolgen nicht aufgehoben, aber stark marginalisiert sind und in denen es statt einer drei Zählweisen gibt, die wir als adjazente, subjazente und transjazente bezeichnet hatten. Benutzt man nun die in Toth (2015b) definierten Relationalzahlen zur Definition dieser Raumfelder, ergibt sich das im folgenden präsentierte elementare System einer vollständigen qualitativen Arithmetik.

2.1. Arithmetische Adjazenz

2.1.1. Definition

$R(adj) = (x_m, y_n)$ mit $x \neq y$ und $m = n$

2.1.2. Zahlenfelder

$$\begin{array}{ccccccccccc}
0_i & 1_j & & 1_i & 0_j & & 1_j & 0_i & & 0_j & 1_i \\
\varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & \varnothing_i \\
& & \times & & & \times & & & \times & & \\
\varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & \varnothing_i \\
0_i & 1_j & & 1_i & 0_j & & 1_j & 0_i & & 0_j & 1_i
\end{array}$$

2.1.3. Relationalzahlen

$$\begin{array}{cccc}
(0, 1) & (1, 0) & (0_1, 1_1) & (1_1, 0_1) \\
(0_{-1}, 1_{-1}) & (1_{-1}, 0_{-1}) & (0, 1) & (1, 0)
\end{array}$$

2.2. Arithmetische Subjazenz

2.2.1. Definition

$R(subj) = (x_m, y_n)$ mit $x = y$ und $m \neq n$

2.2.2. Zahlenfelder

$$\begin{array}{ccccccccccc}
0_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & 0_j & & \varnothing_j & 0_i & & 0_j & \varnothing_i \\
1_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & 1_j & & \varnothing_j & 1_i & & 1_j & \varnothing_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
1_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & 1_j & & \varnothing_j & 1_i & & 1_j & \varnothing_i \\
0_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & 0_j & & \varnothing_j & 0_i & & 0_j & \varnothing_i
\end{array}$$

2.2.3. Relationalzahlen

$(0 \leftarrow 1_{-1})$ $\quad$ $(1_{-1} \rightarrow 0)$

$(0_{-1} \leftarrow 1)$ $\quad$ $(1 \rightarrow 0_{-1})$

2.3. Arithmetische Transjazenz

2.3.1. Definition

$R(transj) = (x_n, y_m)$ mit $x \neq y$ und $m \neq n$

2.3.2. Zahlenfelder

$$\begin{array}{ccccccccccc}
0_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & 0_j & & \varnothing_j & 0_i & & 0_j & \varnothing_i \\
\varnothing_i & 1_j & & 1_i & \varnothing_j & & 1_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & 1_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\varnothing_i & 1_j & & 1_i & \varnothing_j & & 1_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & 1_i \\
0_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & 0_j & & \varnothing_j & 0_i & & 0_j & \varnothing_i
\end{array}$$

2.3.3. Relationalzahlen

$(0, 1_{-1})$ $(1_{-1}, 0)$

$(0_{-1}, 1)$ $(1, 0_{-1})$

2.4. Als einzige nicht-verwandte Definition verbleibt somit

$R = (x_n, y_m)$ mit $x = y$ und $m = n$,

d.h. es handelt sich um Zahlenfolgen der Form

(1), (1, 1), (1, 1, 1), ...,

die überhaupt keine Einbettungsgrade – außer der trivialen mit $E = 0$ – kennen.

Literatur

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Permutationen von Peanozahlen bei konstanten ontischen Orten

1. Durch die Abbildung der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3,

auf die folgende ortsfunktionale Matrix

$$\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}$$

werden ortsfunktionale Einbettungszahlen auf Peanozahlen abgebildet (vgl. Toth 2015a-c). Man kann somit die semiotische Basis nicht nur durch Permutation der kategorialen Ordnung der vollständigen Zeichenrelation

$$Z = \quad (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))),$$

sondern auch durch Permutation der Einbettungszahlen verändern.

2. Andererseits ergibt sich eine nicht-triviale neue Darstellungsweise der semiotischen Basis, indem bei konstanten ontischen Orten die Teilrelationen von Z permutiert werden. Dies kann wiederum durch zwei Verfahren bewerkstelligt werden.

2.1. Zunächst können die Teilrelationen von Z allein permutiert werden.

$$Z = \quad (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))) \rightarrow$$

$(1 \to ((1 \to 2) \to (1 \to 2 \to 3)))$

$(1 \to ((1 \to 2 \to 3) \to (1 \to 2)))$

$((1 \to 2) \to (1 \to (1 \to 2 \to 3)))$

$((1 \to 2) \to ((1 \to 2 \to 3) \to 1))$

$((1 \to 2 \to 3) \to (1 \to (1 \to 2)))$

$((1 \to 2 \to 3) \to ((1 \to 2) \to 1))$

2.2. Wegen der gruppentheoretischen Transformationen (vgl. Toth 2009) gilt ferner

$1 \leftrightarrow 2$ $\quad$ $1 \leftrightarrow 3$ $\quad$ $2 \leftrightarrow 3$

$3 = \text{const.}$ $\quad$ $2 = \text{const.}$ $\quad$ $1 = \text{const.}$,

d.h. wir erhalten für jede der 6 Permutationen von 2.1. nun 3 weitere Möglichkeiten.

$(1 \to ((1 \to 2) \to (1 \to 2 \to 3))) \to$

$(2 \to ((2 \to 1) \to (2 \to 1 \to 3)))$

$(3 \to ((3 \to 2) \to (3 \to 2 \to 1)))$

$(1 \to ((1 \to 3) \to (1 \to 3 \to 2)))$

$(1 \to ((1 \to 2 \to 3) \to (1 \to 2))) \to$

$(2 \to ((2 \to 1) \to (2 \to 1 \to 3)))$

$(3 \to ((3 \to 2) \to (3 \to 2 \to 1)))$

$(1 \to ((1 \to 3) \to (1 \to 3 \to 2)))$

$((1 \to 2) \to (1 \to (1 \to 2 \to 3))) \to$

$(2 \to ((2 \to 1) \to (2 \to 1 \to 3)))$

$(3 \to ((3 \to 2) \to (3 \to 2 \to 1)))$

$(1 \to ((1 \to 3) \to (1 \to 3 \to 2)))$

$((1 \to 2) \to ((1 \to 2 \to 3) \to 1)) \to$

$(2 \to ((2 \to 1) \to (2 \to 1 \to 3)))$

$(3 \to ((3 \to 2) \to (3 \to 2 \to 1)))$

$(1 \to ((1 \to 3) \to (1 \to 3 \to 2)))$

$((1 \to 2 \to 3) \to (1 \to (1 \to 2))) \to$

$(2 \to ((2 \to 1) \to (2 \to 1 \to 3)))$

$(3 \to ((3 \to 2) \to (3 \to 2 \to 1)))$

$(1 \to ((1 \to 3) \to (1 \to 3 \to 2)))$

$((1 \to 2 \to 3) \to ((1 \to 2) \to 1)) \to$

$(2 \to ((2 \to 1) \to (2 \to 1 \to 3)))$

$(3 \to ((3 \to 2) \to (3 \to 2 \to 1)))$

$(1 \to ((1 \to 3) \to (1 \to 3 \to 2)))$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Gruppentheoretische Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Einführung der peirce-benseschen Semiotik mit Hilfe von Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen I

1. Innerhalb der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

genügt es, die Semiosen durch folgende semiotische Morphismen

α: (.1.) → (.2.)

β: (.2.) → (.3.),

die zugehörigen konversen Morphismen

$\alpha°$: (.2.) → (.1.)

$\beta°$: (.3.) → (.2.),

die komponierten Morphismen

$\beta\alpha$: (.1.) → (.3)

$\alpha°\beta°$: (.3.) → (.1).

und die identitiven Morphismen

id_1: (.1.) → (.1.)

id_2: (.2.) → (.2.)

id_3: (.3.) → (.3.)

zu definieren, denn die 9 Subzeichen, obwohl in einer 2-dimensionalen Matrix angeordnet, haben keine ontischen Orte, d.h. sie sind rein quantitativ relevant.

2. In der in Toth (2015) eingeführten ortsfunktionalen und daher qualitativen semiotischen Matrix

$$
\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}
$$

hingegen, darin die die Zeichenzahlen repräsentierenden Peanozahlen, von Bense (1981, S. 17 ff.) als "Primzeichen" eingeführt, ontisch "verankert" sind, sind entsprechend der 2-Dimensionalität 3 Zählweisen unterscheidbar, die wir mit Hilfe der sog. Relationalzahlen, die als von Einbettungszahlen funktional abhängige Peanozahlen definiert sind, P = f(E) oder kurz P(E) geschrieben, definieren können.

2.1. Adjazente Relationalzahlen

$R = (x_m, y_n)$ mit $x \neq y$ und $m = n$

$1_{+2} \quad \rightarrow \quad 2_{+2} \quad \rightarrow \quad 3_{+2}$

$1_{+1} \quad \rightarrow \quad 2_{+1} \quad \rightarrow \quad 3_{+1}$

$1_0 \quad \rightarrow \quad 2_0 \quad \rightarrow \quad 3_0$

$1_{-1} \quad \rightarrow \quad 2_{-1} \quad \rightarrow \quad 3_{-1}$

$1_{-2} \quad \rightarrow \quad 2_{-2} \quad \rightarrow \quad 3_{-2}$

2.2. Subjazente Relationalzahlen

$R = (x_m, y_n)$ mit $x = y$ und $m \neq n$

1_{+2} 2_{+2} 3_{+2}

↓ ↓ ↓

1_{+1} 2_{+1} 3_{+1}

↓ ↓ ↓

1_0 2_0 3_0

↓ ↓ ↓

1_{-1} 2_{-1} 3_{-1}

↓ ↓ ↓

1_{-2} 2_{-2} 3_{-2}

2.3. Transjazente Relationalzahlen

R = (x_n, y_m) mit $x \neq y$ und $m \neq n$

1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}	1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}
↗↙	↗↙		↖↘	↖↘	
1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}	1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}
↗↙	↗↙		↖↘	↖↘	
1_0	2_0	3_0	1_0	2_0	3_0
↗↙	↗↙		↖↘	↖↘	
1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}	1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}
↗↙	↗↙		↖↘	↖↘	
1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}	1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}

3. Wie man leicht erkennt, müssen für diese qualitativen Zeichenzahlen auch qualitative Morphismen eingeführt werden, d.h. es genügt, die bereits für die quantitative Semiotik definierten Morphismen mit Hilfe der Einbettungszahlen

bzw. den Abbildungen zwischen ihnen, zu redefinieren. Dadurch erhält man sofort

$\alpha_{\rightarrow}$: $(.1._{i}) \rightarrow (.2._{j})$

$\beta_{\rightarrow}$: $(.2._{i}) \rightarrow (.3._{j})$

$\alpha_{\leftarrow}$: $(.1._{j}) \rightarrow (.2._{i})$

$\beta_{\leftarrow}$: $(.2._{j}) \rightarrow (.3._{i})$

$\alpha°_{\rightarrow}$: $(.2._{j}) \rightarrow (.1._{i})$

$\beta°_{\rightarrow}$: $(.3._{j}) \rightarrow (.2._{i})$

$\alpha°_{\leftarrow}$: $(.2._{i}) \rightarrow (.1._{j})$

$\beta°_{\leftarrow}$: $(.3._{i}) \rightarrow (.2._{j})$.

Dasselbe gilt selbstverständlich für die identitiven Morphismen

$id_{x\rightarrow}$: $(.x._{i}) \rightarrow (.x._{j})$

$id_{x\leftarrow}$: $(.x._{j}) \rightarrow (.x._{i})$

$id°_{x\rightarrow}$: $(.x._{j}) \rightarrow (.x._{i})$

$id°_{x\leftarrow}$: $(.x._{i}) \rightarrow (.x._{j})$

(mit $x \in \{1, 2, 3\}$), da es wegen der einbettungstheoretischen Differenz trotz konstanter Peanozahl nun auch semiotische "konverse Identitäten" gibt, wobei aber in diesen Fällen

$id_{x\rightarrow} = id°_{x\leftarrow}$

$id_{x\leftarrow} = id°_{x\rightarrow}$

gilt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen II

1. Bildet man die von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

auf die in Toth (2015) eingeführte ortsfunktionalen semiotische Matrix

$$\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2})
\end{array}$$

ab, so bekommt man nicht nur ortsfunktionale, d.h. in adjazente, subjazente und transjazente Zählweise ausdifferenzierbare Zahlen, sondern auch Abbildungen, die wir bereits in Teil I (vgl. Toth 2015) eingeführt hatten

$\alpha_{\rightarrow}$: $(.1._i) \rightarrow (.2._j)$ $\alpha_{\leftarrow}$: $(.1._j) \rightarrow (.2._i)$

$\beta_{\rightarrow}$: $(.2._i) \rightarrow (.3._j)$ $\beta_{\leftarrow}$: $(.2._j) \rightarrow (.3._i)$

$\alpha°_{\rightarrow}$: $(.2._j) \rightarrow (.1._i)$ $\alpha°_{\leftarrow}$: $(.2._i) \rightarrow (.1._j)$

$\beta°_{\rightarrow}$: $(.3._j) \rightarrow (.2._i)$ $\beta°_{\leftarrow}$: $(.3._i) \rightarrow (.2._j)$.

Dasselbe gilt selbstverständlich für die identitiven Morphismen

$id_{x\rightarrow}$: $(.x._i) \rightarrow (.x._j)$ $id°_{x\rightarrow}$: $(.x._j) \rightarrow (.x._i)$

$id_{x\leftarrow}$: $(.x._j) \rightarrow (.x._i)$ $id°_{x\leftarrow}$: $(.x._i) \rightarrow (.x._j)$

mit $x \in \{1, 2, 3\}$, wobei in diesem Falle aber

$id_{x\rightarrow} = id°_{x\leftarrow}$

$id_{x\leftarrow} = id°_{x\rightarrow}$

gilt.

2. Wir haben somit zwei verschiedene Formen von semiotisch-kategorialen Morphismen (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.) vor uns. Da sich ortsfunktionale Zahlen durch P = f(E), kurz auch P(E) geschrieben, darstellen lassen, darin P = (1, 2, 3, ...) die Menge der Peanozahlen und E = (-n, ..., -1, 0, 1, ..., n) die Menge der Einbettungszahlen sind, gibt es für die drei Paare zueinander konverser Morphismen der Semiotik folgende kombinierten kategorialen Abbildungstypen.

$1 \longrightarrow 2$ $\quad$ $1 \longrightarrow 2$

$i \longrightarrow j$ $\quad$ $i \longleftarrow j$

$1 \longleftarrow 2$ $\quad$ $1 \longleftarrow 2$

$i \longrightarrow j$ $\quad$ $i \longleftarrow j$

$2 \longrightarrow 3$ $\quad$ $2 \longrightarrow 3$

$i \longrightarrow j$ $\quad$ $i \longleftarrow j$

$2 \longleftarrow 3$ $\quad$ $2 \longleftarrow 3$

$i \longrightarrow j$ $\quad$ $i \longleftarrow j$

$1 \longrightarrow 3$ $\quad$ $1 \longrightarrow 3$

$i \longrightarrow j \qquad i \longleftarrow j$

$1 \longleftarrow 3 \qquad 1 \longleftarrow 3$

$i \longrightarrow j \qquad i \longleftarrow j$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Einbettungszahlen als Morphismen I

1. In Toth (2015) hatten wir gezeigt, daß innerhalb der ortsfunktionalen semiotischen Matrix

$$\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2})
\end{array}$$

für jedes P = f(E) Morphismen nicht nur für die Peanozahlenanteile, sondern auch für die Einbettungszahlenanteile angesetzt werden müssen, d.h. wir haben für die vollständige obige Matrix das folgende System von semiotischen kategorialen Abbildungen

$$\begin{array}{lcl}
1 \longrightarrow 2 & \qquad & 1 \longrightarrow 2 \\
i \longrightarrow j & \qquad & i \longleftarrow j
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
1 \longleftarrow 2 & \qquad & 1 \longleftarrow 2 \\
i \longrightarrow j & \qquad & i \longleftarrow j
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
2 \longrightarrow 3 & \qquad & 2 \longrightarrow 3 \\
i \longrightarrow j & \qquad & i \longleftarrow j
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
2 \longleftarrow 3 & \qquad & 2 \longleftarrow 3 \\
i \longrightarrow j & \qquad & i \longleftarrow j \\
1 \longrightarrow 3 & \qquad & 1 \longrightarrow 3
\end{array}$$

$i \longrightarrow j \qquad\qquad i \longleftarrow j$

$1 \longleftarrow 3 \qquad\qquad 1 \longleftarrow 3$

$i \longrightarrow j \qquad\qquad i \longleftarrow j$

2. Genauso wie man in der algebraischen Kategorietheorie bekanntlich, um MacLane zu zitieren, "mit Pfeilen" rechnen kann, kann man in der kategorialen Relationalzahlenarithmetik "mit Orten", d.h. mit Einbettungszahlen, welche sie arithmetisch beschreiben, rechnen. Dadurch erhält man

$$\begin{array}{ccccc}
m \supset n & \subset & m \supset (n+1) & \subset & m \supset (n+2) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(m+1) \supset n & \subset & (m+1) \supset (n+1) & \subset & (m+1) \supset (n+2) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(m+2) \supset n & \subset & (m+2) \supset (n+1) & \subset & (m+2) \supset (n+2).
\end{array}$$

Im einzelnen gelten also zwischen den Subzeichen der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix und den ontischen Orten der Subzeichen qua Einbettungszahlen die folgenden Abbildungen

$(1.1) \rightarrow \quad m \supset n$

$(1.2) \rightarrow \quad m \supset (n+1)$

$(1.3) \rightarrow \quad m \supset (n+2)$

$(2.1) \rightarrow \quad (m+1) \supset n$

$(2.2) \rightarrow \quad (m+1) \supset (n+1)$

$(2.3) \rightarrow \quad (m+1) \supset (n+2)$

$(3.1) \rightarrow \qquad (m+2) \supset n$

$(3.2) \rightarrow \qquad (m+2) \supset (n+1)$

$(3.3) \rightarrow \qquad (m+2) \supset (n+2).$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Einbettungszahlen als Morphismen II

Ähnlich, wie man in der algebraischen Kategorietheorie "ohne Elemente auskommen und statt ihrer Pfeile benutzen kann" (Mac Lane 1972, S. iii) , kann man in der kategorialen Relationalzahlenarithmetik, wie in Toth (2015) gezeigt "mit Orten", d.h. mit Einbettungszahlen, welche sie arithmetisch beschreiben, rechnen und ohne Zahlen, Objekte oder Zeichen auskommen. Dadurch erhält man

$$\begin{array}{ccccc} m \supset n & \subset & m \supset (n+1) & \subset & m \supset (n+2) \\ \cap & & \cap & & \cap \\ (m+1) \supset n & \subset & (m+1) \supset (n+1) & \subset & (m+1) \supset (n+2) \\ \cap & & \cap & & \cap \\ (m+2) \supset n & \subset & (m+2) \supset (n+1) & \subset & (m+2) \supset (n+2). \end{array}$$

Im einzelnen gelten also zwischen den Subzeichen der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix und den ontischen Orten der Subzeichen qua Einbettungszahlen die folgenden Abbildungen

$(1.1) \rightarrow m \supset n$ $\quad$ $(2.1) \rightarrow (m+1) \supset n$

$(1.2) \rightarrow m \supset (n+1)$ $\quad$ $(2.2) \rightarrow (m+1) \supset (n+1)$

$(1.3) \rightarrow m \supset (n+2)$ $\quad$ $(2.3) \rightarrow (m+1) \supset (n+2)$

$(3.1) \rightarrow (m+2) \supset n$

$(3.2) \rightarrow (m+2) \supset (n+1)$

$(3.3) \rightarrow (m+2) \supset (n+2)$.

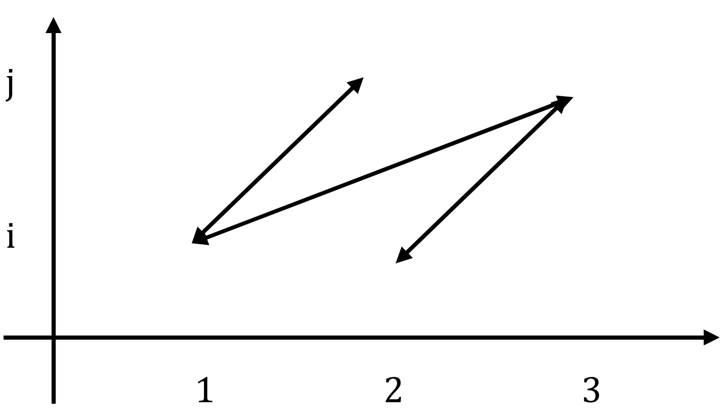
2. Jedes Subzeichen kann somit durch funktionale Abhängigkeit einer Peanozahl P = (1, 2, 3, ...) von einer Einbettungszahl E = (-n, ..., -1, 0, 1, ..., n), kurz als P(E) geschrieben, dargestellt werden. Für die ortsfunktionale semiotische Matrix gibt es genau folgende Morphismen von P und von von E

$1 \longrightarrow 2$	$1 \longrightarrow 2$
$i \longrightarrow j$	$i \longleftarrow j$
$1 \longleftarrow 2$	$1 \longleftarrow 2$
$i \longrightarrow j$	$i \longleftarrow j$

$2 \longrightarrow 3$	$2 \longrightarrow 3$
$i \longrightarrow j$	$i \longleftarrow j$
$2 \longleftarrow 3$	$2 \longleftarrow 3$
$i \longrightarrow j$	$i \longleftarrow j$

$1 \longrightarrow 3$	$1 \longrightarrow 3$
$i \longrightarrow j$	$i \longleftarrow j$
$1 \longleftarrow 3$	$1 \longleftarrow 3$
$i \longrightarrow j$	$i \longleftarrow j$

und das dazugehörige Koordinatensystem



Allerdings verschwinden von den 24 qualitativen Differenzen der P(E)-Morphismen bei der Abbildung auf das rein quantitative Koordinatensystem alle bis auf die 6 durch die die Doppelpfeile angedeuteten, d.h. diese geben nur die P-Abbildungen wieder.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Ortsfunktionale Mengentheorie

1. Wie bekannt, läßt sich die logische Basisrelation L = [0, 1], auf der auch die quantitative Mathematik beruht, vermöge Toth (2015a) auf ein Quadrupel der Form

$$L = [0, 1] \quad \rightarrow \left(\begin{array}{ll} L_1 = [0, [1]] & L_2 = [[1], 0] \\ L_3 = [[0], 1] & L_4 = [1, [0]] \end{array}\right)$$

abbilden. Einzige Voraussetzung ist ein Einbettungsoperator E, der als differentielles Tertium in L wirkt, der also die beiden Werte auf verschiedene Einbettungsstufen abbildet und sie somit aus ihrer juxtapositiven Linearität befreit. Wie in Toth (2015b) gezeigt wurde, führt E zu Zahlenfeldern, in denen statt der einen Peano-Zählweise drei ortsfunktionale Zählweisen unterschieden werden müssen.

1.1. Adjazente Zählweise

1.1.1. Zahlenfelder

$$\begin{array}{cccccccccccc} 0 & 1 & & 1 & 0 & & 1 & 0 & & 0 & 1 \\ \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \\ & & \times & & & \times & & & \times & & \\ \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \\ 0 & 1 & & 1 & 0 & & 1 & 0 & & 0 & 1 \end{array}$$

1.1.2. Relationalzahlen

$R = (0_{\pm n}, 1_{\pm m})$

1.2. Subjazente Zählweise

1.2.1. Zahlenfelder

0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø
1	Ø		Ø	1		Ø	1		1	Ø
		×			×			×		
1	Ø		Ø	1		Ø	1		1	Ø
0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø

1.2.2. Relationalzahlen

$R = (0_{\pm n}, 1_{\pm m})$

1.3. Transjazente Zählweise

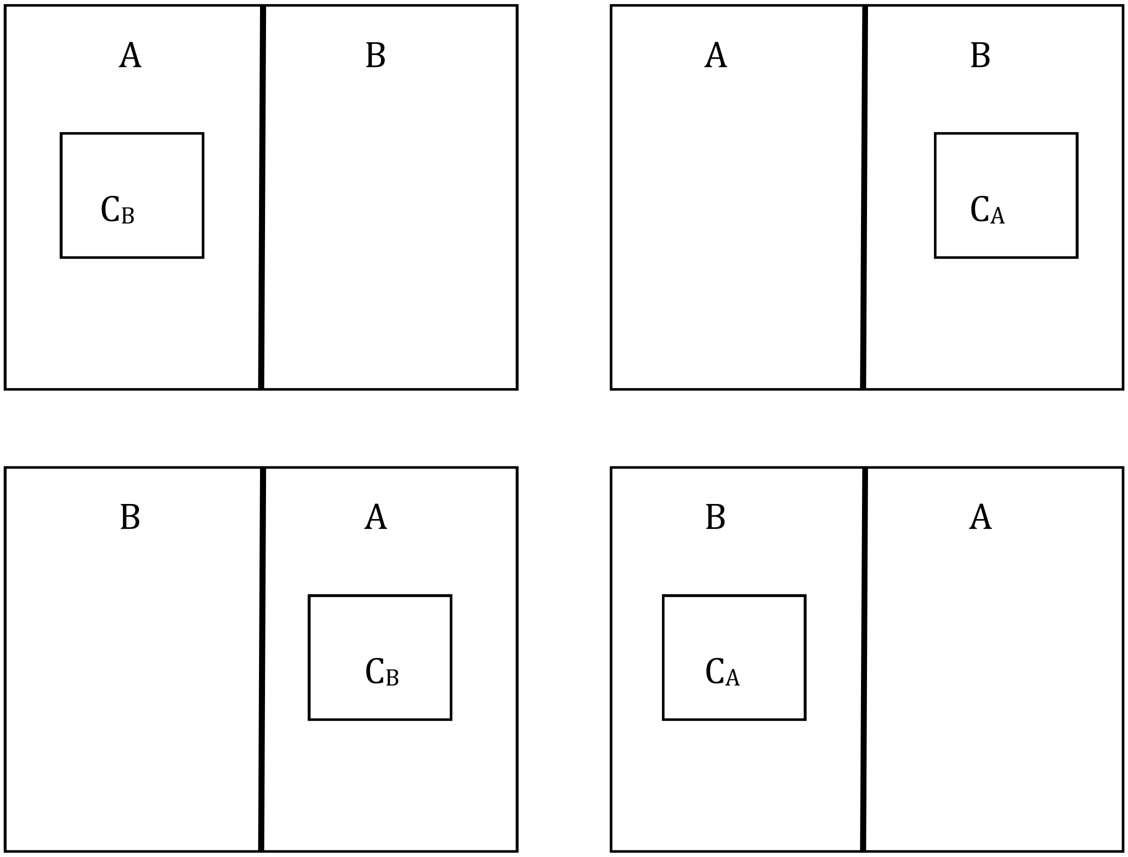
1.3.1. Zahlenfelder

0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø
Ø	1		1	Ø		1	Ø		Ø	1
		×			×			×		
Ø	1		1	Ø		1	Ø		Ø	1
0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø

2.3.2. Relationalzahlen

$R = ((0_{\pm n}, 1_{\pm n}), (0_{\pm n}, 1_{\pm m}))$

2. Man kann nun, wie bereits in Toth (2015c) angedeutet, einen entscheidenden Schritt von der ortsfunktionalen Arithmetik zu einer ortsfunktionalen Mengentheorie gehen. Gegeben seien zwei Mengen A und B und eine Teilmenge C, die entweder zu A oder zu B gehören kann. Dann erhält man wiederum ein Quadrupel der Form



mit den zugehörigen mengentheoretischen Relationen

$R_1 = [[C_B \subset A], B]$

$R_2 = [A, [C_A \subset B]]$

$R_3 = [B, [C_B \subset A]$

$R_4 = [[C_A \subset B, A]$.

Vermöge Kapitel 1 gilt somit ebenfalls

$R_1 = [[x_1 \subset 0], B]$

$R_2 = [0, [x_0 \subset 1]]$

$R_3 = [1, [x_1 \subset 0]]$

$R_4 = [[x_0 \subset 1], 0]$,

sofern 0 und 1 als Mengen eingeführt werden. Man erhält also für die Durchschnittsoperation

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cap R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] = [[[x_1 \subset 0], 1], [0, [x_0 \subset 1]]]$

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cap R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] = [[[x_1 \subset 0], 1, [x_1 \subset 0]]]$

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cap R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[[x_1 \subset 0], 1], [[x_0 \subset 1], 0]]$

$R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] \cap R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] = [[0, [x_0 \subset 1]], [1, [x_1 \subset 0]]]$

$R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] \cap R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[0, [x_0 \subset 1], 0]]$

$R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] \cap R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[1, [x_1 \subset 0]], [[x_0 \subset 1], 0]]$

und für die Vereinigungsoperation

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cup R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] = [[[x_1 \subset 0], 1], [0, [x_0 \subset 1]]]$

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cup R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] = [[[x_1 \subset 0], 1], [1, [x_1 \subset 0]]]$

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cup R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[[x_1 \subset 0], 1], [[x_0 \subset 1], 0]]$

$R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] \cup R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] = [[0, [x_0 \subset 1]], [1, [x_1 \subset 0]]]$

$R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] \cup R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[0, [x_0 \subset 1]], [[x_0 \subset 1], 0]]$

$R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] \cup R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[1, [x_1 \subset 0]], [[x_0 \subset 1], 0]]$.

Literatur

Toth, Alfred, Zählen mit ortsfunktionalen Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Konvexität und Nichtkonvexität von Enklaven und Exklaven. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Die Logik des Jägers Gracchus

1. Für die 2-wertige aristotelische Logik gilt

$L = [0, 1] = L^{-1} = [1, 0]$,

denn das Gesetz vom Ausgeschlossenen Dritten verbietet die Annahme eines vermittelnden Wertes

$0 \vee \neg 0$

$1 \vee \neg 1$.

2. Allerdings gibt es neben der Möglichkeit substantieller dritter Werte die Erzeugung eines differentiellen Tertiums. Dafür benötigen wir einen Einbettungsoperator E (vgl. Toth 2014).

$E \rightarrow L = [0, 1] =$

$$\begin{pmatrix} L_1 = [0, [1]] & L_1^{-1} = [[1], 0] \\ L_2 = [[0], 1] & L_2^{-1} = [1, [0]] \end{pmatrix}$$

Anstelle von 0 und 1 bekommen wir somit in diesem minimalen Fall

0, [0]

1, [1],

d.h. für jedes L_i gilt

$0 = f(1)$

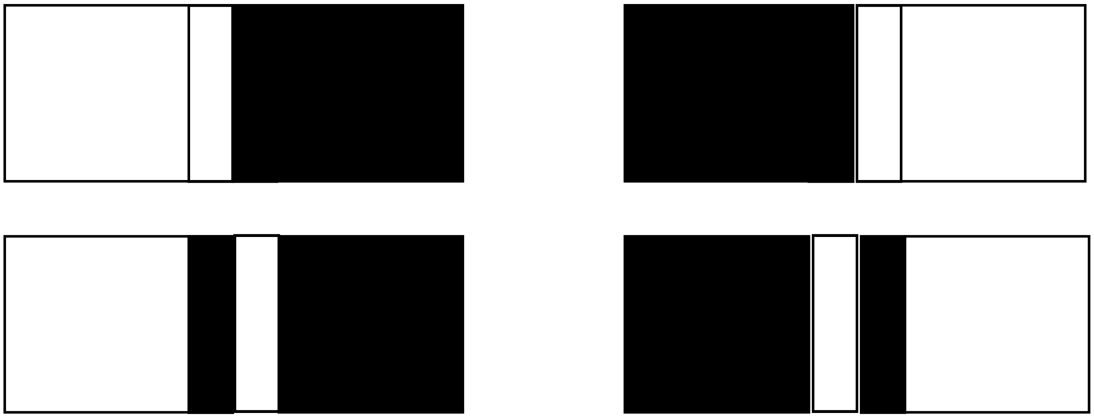
$1 = f(0)$,

und somit ist

$(x \in 0) \subset 1$

$(y \in 1) \subset 0$,

d.h. 0 hat 1-Anteile, und 1 hat 0-Anteile. Man kann dies schematisch wie folgt darstellen (vgl. Toth 2015a).



Die Werte in einer solchen Logik sind also vermöge eines differentiellen Tertiums vermittelt. In Sonderheit gilt also für den Rand R

$R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq \varnothing$,

während für $L = [0, 1]$ natürlich gilt

$R[0, 1] = R[1, 0] = \varnothing$,

vgl. dazu die folgenden äußerst treffenden Feststellungen: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

3. Da entweder 0 oder 1 die logische Objekt- oder Subjektpositionen einnehmen, bedeutet die funktionelle Abhängigkeit beider Werte voneinander, daß das stillschweigend vorausgesetzte Axiom der 2-wertigen Logik, die, wie übrigens auch die polykonxexturale Logik Günthers, auf objektiven Objekten und subjektiven Subjekten basiert, suspendiert wird. Stattdessen sind subjektive Objekte und objekte Subjekte die neuen logischen Basiskategorien.

$\Omega = f(\Sigma)$	subjektives Objekt	Objekt
$\Sigma = f(\Omega)$	objektives Subjekt	Zeichen

Wie man erkennt, ist also das wahrgenommene subjektive Objekt gerade das Domänen- und das objektive Subjekt als dessen "Metaobjekt" (vgl. Bense 1967, S. 9) gerade das Codomänenelement der thetischen Einführung von Zeichen, d.h. die neue logische Basis ist gleichzeitig das vollständige Abbildungsschema der Zeichensetzung. Damit stehen Objekt und Zeichen in einer Dualrelation

$\Omega = f(\Sigma) \times \Sigma = f(\Omega)$,

und diese besagt, daß das Objekt – vermöge seiner Wahrnehmung, die selbstverständlich nur durch ein Subjekt erfolgen kann – Subjektanteile besitzt und daß das Subjekt – vermöge seiner Objektwahrnehmung – Objektanteile besitzt. Daraus folgt aber nicht mehr und nicht weniger, als daß es eine Brücke zwischen dem Diesseits des Subjektes bzw. Objektes und dem Jenseits des Objektes bzw. Subjektes gibt. Subjektanteile und Objektanteile werden also bei der Wahrnehmung vermöge einer Menge von Transformationen ausgetauscht

$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftarrows [\Omega = f(\Sigma)]$ subjektives Objekt $\rightleftarrows$ objektives Subjekt,

die als Partizipationsrelationen definierbar sind. Es nichtet nicht nur das Nichts im Sein des Seienden, sondern es west auch das Sein des Seienden im Nichts.

4. Da die Werte 0 und 1 auch als eingebettete in der Form [0] und [1] auftreten können, bedeutet dies, daß eine Linie zur Darstellung der Peanozahlen nicht mehr ausreicht. Die eingebetteten Zahlen können auch unter- oder oberhalb dieser Linie aufscheinen, d.h. sie bekommen erstens eine Menge von ontischen Orten und nicht nur einen "Stellenwert" (bzw. eine "Wertstelle") zugewiesen, und zweitens wird statt einer Zahlenlinie ein Zahlenfeld vorausgesetzt. In diesem gibt es somit nicht nur die horizontale, sondern auch eine vertikale und eine horizontale Zählweise, die wir in Toth (2015b-d) mit adjazenter, subjazenter und transjazenter Zählweise bezeichnet hatten. In den folgenden vollständigen Zahlenfeldern für die 2-elementige Menge $P = (0, 1)$ sind nun alle partizipativen Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten qua $0 = f(1)$ und $1 = f(0)$ durch Doppelpfeile eingezeichnet.

4.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\varnothing_i & \varnothing_j & \rightleftarrows & \varnothing_i & \varnothing_j & \rightleftarrows & \varnothing_j & \varnothing_i & \rightleftarrows & \varnothing_j & \varnothing_i \\
\uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & \\
\varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & \varnothing_i \\
x_i & y_j & \rightleftarrows & y_i & x_j & \rightleftarrows & y_j & x_i & \rightleftarrows & x_j & y_i
\end{array}$$

4.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i \\
y_i & \varnothing_j & \rightleftarrows & \varnothing_i & y_j & \rightleftarrows & \varnothing_j & y_i & \rightleftarrows & y_j & \varnothing_i \\
\uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & \\
y_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & y_j & & \varnothing_j & y_i & & y_j & \varnothing_i \\
x_i & \varnothing_j & \rightleftarrows & \varnothing_i & x_j & \rightleftarrows & \varnothing_j & x_i & \rightleftarrows & x_j & \varnothing_i
\end{array}$$

4.3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i \\
\varnothing_i & y_j & \rightleftarrows & y_i & \varnothing_j & \rightleftarrows & y_j & \varnothing_i & \rightleftarrows & \varnothing_j & y_i \\
\uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & \\
\varnothing_i & y_j & & y_i & \varnothing_j & & y_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & y_i \\
x_i & \varnothing_j & \rightleftarrows & \varnothing_i & x_j & \rightleftarrows & \varnothing_j & x_i & \rightleftarrows & x_j & \varnothing_i.
\end{array}$$

Da, wie bereits angedeutet, in der polykontexturalen Logik G. Günthers und der auf ihr beruhenden Mathematik der Qualitäten E. Kronthalers die 2-wertige aristotelische Logik $L = (0, 1)$ für jede Einzelkontextur unangetastet bleibt und sich die Poly-Kontexturalität also lediglich der Iterierbarkeit des Subjektes verdankt, dieses aber weiterhin ein subjektives Subjekt ist, kann in dieser polykontexturalen Logik, Mathematik und Ontologie keine Rede davon sein, daß man Äpfel und Birnen addieren könne, wie dies ständig behauptet wird (vgl. z.B. Kronthaler 1990). 1 Apfel + 1 Birne ergeben bekanntlich 2 Früchte. Interessant an dieser qualitativen Gleichung ist aber nicht nur der angeblich Qualitätsverlust in der Summe, sondern die Tatsache, daß nur deswegen überhaupt eine Summe gebildet werden kann, weil Apfel und Birne ein vermittelndes Drittes gemeinsam haben, denn die weitere qualitative Gleichung 1 Apfel + 1 Stein hat beispielsweise keine angebbare Summe. Wenn es aber ein vermittelndes Drittes gibt, bedeutet dies natürlich wiederum, daß die Schnittmenge der Merkmalsmengen von Apfel und Birne nicht leer sein kann, und damit sind die Zahlen, welche Apfel und Birne vertreten, also 0 und 1 oder 1 und 0, natürlich vermittelt, d.h. folgend der oben skizzierten qualitativen ortsfunktionalen Arithmetik mit ihren drei 2-dimensionalen Zählweisen. Eine qualitative Mathematik, welche diesen Namen verdient, setzt also zwei fundamentale Änderungen der polykontexturallogischen Basis voraus:

1. die Ersetzung der logischen Basiskategorien des objektiven Objektes und des subjektiven Subjektes durch die vermittelten Kategorien des subjektiven Objektes und des objektiven Subjektes.

2. die daraus resultierende Möglichkeit, nicht nur das Subjekt, sondern auch das Objekt iterieren zu lassen. Damit ergeben sich ungeheuer komplexere "Permutogramme" (G.G. Thomas) bzw. Hamiltonkreise (G. Günther) als diejenigen, welche innerhalb der polykontexturalen Logik benutzt werden.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Gänsemarsch und Seitensprünge. In: Spuren 33, 1990, S. 56-62

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Der Jäger Gracchus und die Vermittlung und Diesseits und Jenseits. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Definition der qualitativen Zahl

1. Peanozahlen basieren auf der logischen unvermittelten und linearen Dichotomie

$L = [0, 1]$,

darin die Werte austauschbar sind, d.h. es gilt $L = L^{-1} = [1, 0]$, und damit spielen auch ontische Orte keine Rolle. In Sonderheit verbietet das Tertiumgesetz daher nicht nur die Einführung eines dritten Wertes, sondern auch die funktionelle Abhängigkeit der beiden Werte voneinander, d.h.

$0 = f(1)$

$1 = f(0)$.

Dasselbe gilt natürlich in Sonderheit für $0 = f(0)$ und $1 = f(1)$, denn eine Funktion darf nicht als ihr eigenes Argument fungieren (vgl. Wittgenstein, Tractatus 5.251, vgl. auch 3.333).

2. Im Anschluß an Toth (2015a-d) kann man allerdings das Verbot der funktionellen Abhängigkeit durch Einführung eines Einbettungsoperators

$E: \quad x \rightarrow [x]$

umgehen, und wir bekommen zunächst

$[0] = f(0)$

$[1] = f(1)$.

Damit werden nun auch ontische Orte, an denen Zahlen stehen, relevant

$0 \rightarrow [0] \quad \Rightarrow \quad [\omega_1, \omega_2]$

$1 \rightarrow [1] \quad \Rightarrow \quad [\omega_1, \omega_2]$

und weiter

$[0] \rightarrow [[0]] \quad \Rightarrow \quad [\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4]$

$[1] \rightarrow [[1]] \quad \Rightarrow \quad [\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4]$

und weiter

$[[0]] \rightarrow [[[0]]] \quad \Rightarrow \quad [\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8]$

$[[1]] \rightarrow [[[1]]] \quad \Rightarrow \quad [\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8]$,

usw.

3. Jede gleiche Zahl kann somit, sofern sie nicht auf der gleichen Einbettungsstufe steht, von jedem anderen Zahlwert funktionell abhängig sein und einen ontischen Ort entsprechend den obigen Schemata einnehmen, z.B.

$0 = f(1) \qquad 1 = f(0)$

$0 = f([0]) \qquad 1 = f([1])$

$0 = f([[0]]) \qquad 1 = f([[1]])$, usw.

$[0] = f(0) \qquad [1] = f(1)$

$[0] = f([[0]]) \qquad [1] = f([[1]])$

$[[0]] = f([0]) \qquad [[1]] = f([1])$, usw.

Graphisch können wir also zwischen der 0-stufige Peanozählweise und den n-stufigen Nicht-Peanozählweisen ($n > 0$) unterscheiden.

0-stufige Zählweise

0 1 1 0

--------- ----------

1-stufige Zählweise

0 1

--------- ---------

1 0

2-stufige Zählweise

0 0

--------- ---------

0 0

----------------- -----------------

1 1, usw.

Die qualitative Zahl läßt sich somit definieren als Tripel

$Z = [(x \in \mathbb{N}), E, \omega]$.

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Grundlagen einer colinearen Zahlentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980 (original 1918)

Grundlegung einer qualitativen Semiotik

1. Die in Toth (2015a) definierte qualitative Zahl

$Z = [(x \in \mathbb{N}), E, \omega]$,

darin x eine natürliche Zahl, z.B. eine Peanozahl, ist, E den Einbettungsoperator

$E: x \rightarrow [x]$

und ω den ontischen Ort bezeichnet, hat den außerordentlichen Vorteil, zugleich als (wohl abstraktest mögliche) Definition des Zeichens zu dienen. Man bedenke dabei, daß bereits Bense (1992) das invariante semiotische Dualsystem

$DS = (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$

gleichzeititg als Repräsentationsschema des Zeichens und der Zahl (sowie des, mathematisch meßbaren) ästhetischen Zustandes bestimmt hatte.

2. Damit können Zeichen genauso wie Zahlen vermöge Toth (2015b-e) in 2-dimensionalen Zeichenfeldern adjazent, subjazent und transjazent dargestellt werden.

2.1. Adjazente Zeichenfelder

$$\begin{array}{cc} x_i & y_j \\ \emptyset_i & \emptyset_j \end{array} \quad \begin{array}{cc} y_i & x_j \\ \emptyset_i & \emptyset_j \end{array} \quad \begin{array}{cc} y_j & x_i \\ \emptyset_j & \emptyset_i \end{array} \quad \begin{array}{cc} x_j & y_i \\ \emptyset_j & \emptyset_i \end{array}$$

$$\times \qquad\qquad \times \qquad\qquad \times$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset_i & \emptyset_j \\ x_i & y_j \end{array} \quad \begin{array}{cc} \emptyset_i & \emptyset_j \\ y_i & x_j \end{array} \quad \begin{array}{cc} \emptyset_j & \emptyset_i \\ y_j & x_i \end{array} \quad \begin{array}{cc} \emptyset_j & \emptyset_i \\ x_j & y_i \end{array}$$

2.2. Subjazente Zeichenfelder

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i \\
y_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & y_j & & \varnothing_j & y_i & & y_j & \varnothing_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & y_j & & \varnothing_j & y_i & & y_j & \varnothing_i \\
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i
\end{array}
$$

2.3. Transjazente Zeichenfelder

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i \\
\varnothing_i & y_j & & y_i & \varnothing_j & & y_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & y_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\varnothing_i & y_j & & y_i & \varnothing_j & & y_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & y_i \\
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i
\end{array}
$$

Man beachte, daß jedes der 3 mal 8 Zeichenfelder verschieden ist. Die insgesamt 24 Zeichenfelder geben also für die erkenntnistheoretische (ontisch-semiotische) Basisdichotomie $E = [\Omega, Z]$, d.h. für ein Objekt, das durch ein Zeichen bezeichnet wird und ein Zeichen, das ein Objekt bezeichnet, alle theoretisch möglichen Fälle einschließlich der wechselnden Subjektperspektiven des die thetische Einführung bzw. Metaobjektivation (vgl. Bense 1967, S. 9) vollziehenden Subjektes (anhand der Indizes i und j) an. Ob dabei $x = \Omega$ oder $x = Z$ bzw. $y = Z$ oder $y = \Omega$ gesetzt wird, ist natürlich völlig belanglos, da die ortsfunktionale Differenzierung auf dem dyadischen logischen Schema $L = [0, 1]$ basiert, dessen Werte bekanntlich austauschbar sind (vgl. dazu Günther 2000, S. 203 f.).

3. An dieser Stelle ist ein Wort zu der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix nötig. Bekanntlich ist die peircesche Zeichenrelation eine triadische Relation über einer monadischen (.1.), einer dyadischen (.2.) und einer triadischen (.3.) Relation, so daß sich das Zeichen in seiner Drittheit also

selbst enthält (vgl. Bense 1979, S. 53 u. 67). Vom rein quantitativen Standpunkt des nicht durch E vermittelten logischen Schemas L = [0, 1] aus betrachtet kommen also die durch kartesische Produktbildung erzeugten Subzeichen

1.1., 2.2, 3.3

deswegen nicht in Frage, weil sie Funktionen der Form

$1 = f(1)$

$2 = f(2)$

$3 = f(3)$

sind (vgl. Wittgenstein, Tractatus 5.251 u. 3.333). Ebenfalls ausgeschlossen sein müssten Subzeichen der Form $S = \langle x.y \rangle$ mit $y > x$, d.h. die Funktionen

$1 = f(2)$

$1 = f(3)$

$2 = f(3)$,

da eine n-stellige Relation von ihrer Valenz her keine m-stellige Relation mit $m > n$ binden kann. Solche Funktionen sind hingegen typisch für qualitative Systeme, in denen Funktionen als ihre eigenen Argumente auftreten können. Man bedenke auch, daß die semiotische Matrix im Gegensatz zum doppelt positiven Quadranten der komplexen Zahlen anordbar ist, d.h. es handelt sich bei den Subzeichen um nicht-komplexe, aber 2-dimensionale Zahlen, denn je nach Anordnung der Matrix sind die Trichotomien adjazent, die Triaden subjazent und die beiden Diagonalen transjazent. Wie es also aussieht, ist unsere ortsfunktionale qualitative Begründung einer mathematischen Semiotik durchaus mit der ursprünglichen Intention einer mathematischen Begründung der Semiotik vereinbar, auch wenn dies bislang völlig unerkannt geblieben ist.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Definition der qualitativen Zahl. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Toth, Alfred, Grundlagen einer colinearen Zahlentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015e

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980 (original 1918)

Qualitative logische Zweiwertigkeit

1. In Toth (2015a, b) wurde die qualitative Zahl wie folgt definiert

$Z(Qual) = ((n \in \mathbb{N}), E, \omega)$,

darin n wie üblich eine natürliche Zahl ist, E den Einbettungsoperator

$E: \quad n \rightarrow [n]$

und ω den ontischen Ort einer Zahl angibt. Qualitative Zahlen sind also insofern "komplex", als sie sowohl ontisch als auch ordinativ (d.h. koordinativ, subordinativ oder superordinativ) verankerte Peanozahlen sind. Während also für Peanozahlen die strikte unvermittelte Linearität

$L = [0, 1]$

der logischen Basisdichotomie gilt, ergeben sich durch Anwendung von E die folgenden 4 möglichen Zahlenstrukturen

$L_1 = [0, [1]] \qquad L_2 = [[1], 0]$

$L_3 = [[0], 1] \qquad L_4 = [1, [0]]$,

d.h. wir haben neben der koordinativen Zahlenstruktur L nun außerdem die subordinativ/superordinativen Zahlenstrukturen L_1 bis L_4, für die natürlich außerdem $L_2 = L_1^{-1}$ und $L_4 = L_3^{-1}$ gilt. Das bedeutet also nicht anderes, als daß in L die beiden Zahlenwerte 0 und 1 funktionell unabhängig voneinander und daher beliebig austauschbar sind, während für L_1 bis L_4 gilt

$0 = f(1)$

$1 = f(0)$.

Da aber E auch die ontischen Orte ω vertauscht, gilt außerdem

$0 = f(1) \qquad \neq \qquad f(1) = 0$

$1 = f(0) \qquad \neq \qquad f(0) = 1$.

Daraus folgt, daß es für alle drei möglichen Zählweisen in 2-dimensionalen Zahlenfeldern, d.h. für die horizontale, die vertikale und die beiden diagonalen Zählweisen, jeweils genau 4 mögliche Positionen gibt. In Toth (2015c-e), wo die qualitative Arithmetik eingeführt worden war, waren hierfür die "geometriefreien" Begriffe der adjazenten, subjazenten und transjazenten Zählweisen eingeführt worden. Ferner können, da die Werte 0 und 1 logisch durch die Objekt- und Subjektposition besetzt werden können, diese 4 Positionen verdoppelt aufscheinen, nämlich zusätzlich in perspektivischem Wechsel von einem kybernetischen Subjektstandpunkt aus betrachtet.

Die 2 mal 4 möglichen Positionen für die adjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
& & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i
\end{array}$$

Die 2 mal 4 möglichen Positionen für die subjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
& & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i
\end{array}$$

Die 2 mal 4 möglichen Positionen für die transjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
\emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
& & \times & & & \times & & & \times & &
\end{array}$$

$Ø_i$	y_j	y_i	$Ø_j$	y_j	$Ø_i$	$Ø_j$	y_i
x_i	$Ø_j$	$Ø_i$	x_j	$Ø_j$	x_i	x_j	$Ø_i$

2. Die wesentliche Neuerung von L_1 bis L_4 gegenüber L beruht somit darauf, daß die absoluten Kategorien des objektiven Objektes und des subjektiven Subjektes, wie sie der aristotelischen Logik, welche die reine Quantität der Mathematik garantiert, zugrundeliegen, nur noch als koordinativer Spezialfall existieren. Die beiden möglichen Funktionsabhängigkeiten

$0 = f(1)$

$1 = f(0)$

mit

$0 = f(1) \quad \neq \quad f(1) = 0$

$1 = f(0) \quad \neq \quad f(0) = 1$

bedeuten also nichts anderes, als daß das Objekt Subjektanteile und das Subjekt Objektanteile bekommen kann. Nimmt ein Subjekt ein Objekt wahr, dann handelt es sich beim Objekt um ein wahrgenommenes und somit subjektives Objekt und beim Subjekt um ein wahrnehmendes und somit objektives Subjekt. Diese beiden Fälle werden also je nach Subjektabhängigkeit von Objekten oder Objektabhängigkeit von Subjekten durch die vier subordinativen und superordinativen Fälle abgedeckt, d.h. der Einbettungsoperator fungiert als differentielles Tertium, das jedoch, da es eben nicht material ist, nicht gegen die logische Zweiwertigkeit verstößt. Somit bringt der Einbettungsoperator Qualität in die Quantität.

Im Gegensatz zur polykontexturalen Logik Günthers (vgl. Günther 1976-80) kann hier allerdings nicht nur die logische Subjektposition iteriert werden, während die logische Objektposition konstant, d.h. im hegelsche Sinne "totes" Objekt bleibt, denn wir haben für das Objekt

$0 = f(1, 0)$

$0 = f(1, 0, 1)$

$0 = f(1, 0, 1, 0)$, usw.

und für das Subjekt

$1 = f(0, 1)$

$1 = f(0, 1, 0)$

$1 = f(0, 1, 0, 1)$, usw.,

d.h. vermöge Subjektanteile von Objekten und Objektanteile von Subjekten werden einander Objekt und Subjekt trotz zweiwertig bestehender Kontexturgrenze immer mehr in einem infiniten Regreß angenähert. Eine Logik, welche auf durch E vermittelten Kategorien basiert, vermittelt also nicht primär zwischen Kontexturen, die allein subjektfunktional sind, sondern zwischen Werten innerhalb jeder einzelnen von theoretisch ebenfalls unendlich vielen Kontexturen, ohne daß die zweiwertige aristotelische Basis aufgegeben werden muß.[5] Dagegen vermag die polykontexturale als Verbundsystem unendlich vieler zweiwertiger Logiken vermöge ihrer Transoperatoren zwar zwischen Kontexturen zu zählen, aber im Grunde ändert sich gegenüber der logischen Basis der quantitativen Mathematik überhaupt nichts, da die logische Zweiwertigkeit wegen Unvermitteltheit der Werte in jeder Kontextur bestehen bleibt. Das einzige, was sich ändert, ist die Verschiebung des Tertium non datur zu einem Quartum, Quintum, Sextum ... non datur. Ein Logik, die nur Subjekte, und zwar wohl verstanden absolute Subjekte, nicht aber Objekte, vermitteln kann, dürfte daher kaum als die revolutionäre Neuerung aufgefaßt werden, als die sie v.a. in den 1970er Jahren von einigen ihrer Exponenten gefeiert wurde.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hambuirg 1976-80

[5] Weshalb Günther auf die Idee gekommen war, ausgerechnet dem Subjekt Qualität zuzuschreiben, wo doch das Objekt per definitionem qualitativ ist, ist mir auch nach jahrzehntelanger Beschäftigung mit der polykontexturalen Logik völlig unklar.

Toth, Alfred, Definition der qualitativen Zahl. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Grundlegung einer qualitativen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

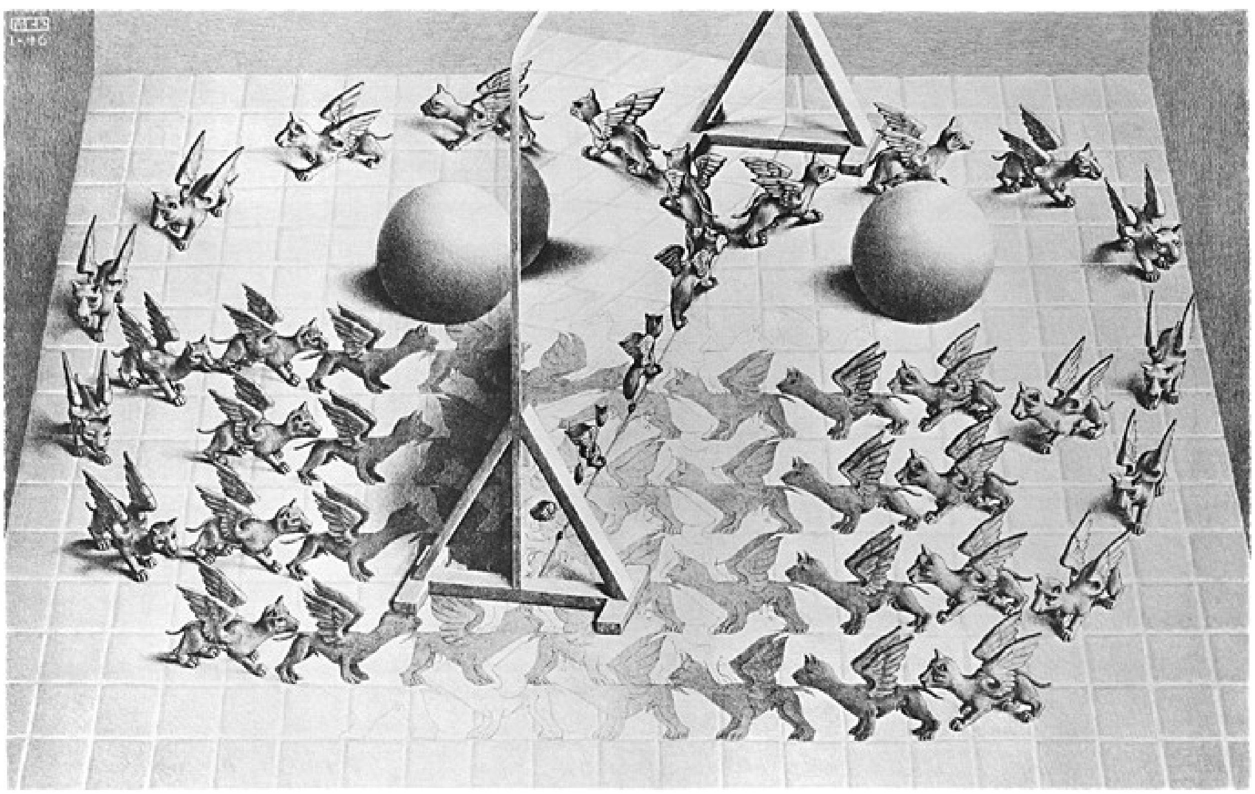
Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015e

Die Aufhebung der coincidentia oppositorum

1. Die von Nikolaus von Kues postulierte coincidentia oppositorum (die sehr viel später in der polykontexturalen Logik Gotthard Günthers erneut eine wichtige Rolle spielen sollte) ist nichts anderes als der formale Ausdruck der Reflexionsidentität der beiden Werte in der aristotelischen logischen Basisdichotomie L = [0, 1]. Als ontische Modelle sollen im folgenden Eschers "Zauberspiegel" einerseits und Panizzas Erzählung "Die Kirche von Zinsblech" andererseits stehen, die den ersten und zweiten Teil dieser Abhandlung ausmachen. Als dritter Teil steht meine "Logik des Jägers Gracchus", worin gezeigt wird, daß logische Koinzidenz nur bei absoluten logischen Werten, d.h. bei objektiven Objekten und subjektiven Subjekten, möglich ist – und demzufolge aufgehoben wird, wenn man die ersteren durch subjektive Objekte und die letzteren durch objektive Subjekte, kurz gesagt also durch wahrgenommene Objekte und durch Zeichen, ersetzt.

2.1. M.C. Escher, Zauberspiegel (1946)



2.2. Oskar Panizza, Die Kirche von Zinsblech (1893)

Die Altäre waren geschmückt mit den in Landkirchen üblichen eingerahmten Tabletten, auf denen lateinische Sprüche waren, mit versilberten Leuchtern, Klingelspiel, alles in einfachster, wenig kostspieliger Form; auf Sockeln an der blanken, weißgetünchten Wand herum standen einige Apostel, Märtyrer und Ortsheilige mit ihren gewöhnlichen Werkzeugen und Symbolen.

(...)

Wie lange ich geschlafen, kann ich nicht sagen; ich erhielt plötzlich einen Stoß in die Seite, wie von einem harten Gegenstand. Erwachend bemerkte ich vor mir einen Mann in einem langen, roten Gewand. Unter dem Arm trug er ein großes, schiefes Holzkreuz; dieses Holzkreuz war an mich angestoßen. Der Mann kümmerte sich um mich gar nicht, sondern schritt ernst und gemessen dem Altare zu. Und nun erkannte ich, daß er nur einer unter vielen war, die in einer langen Reihe geordnet aus den Kirchenstühlen herauskamen in der Richtung zum Altar. Die ganze Kirche war taghell und prächtig erleuchtet. Auf allen Altären brannten Kerzen. Vom Chor herab tönte ein langsam-einschläferndes Gesumse der Orgel. Weihrauch und Kerzendampf lagerten sich in festen, bleigrauen Schwaden zwischen den weißgetünchten Pfeilern und der Wölbung. In dem Zug der geheimnisvoll dahinschleichenden Menschen bemerkte ich eine Menge seltsamer Gestalten. Da ging an der Spitze eine junge, prächtige Frau in einem blauen, sternbesäten Kleid, die Brüste offen, die linke halb entblößt. Durch Brust und Kleid hindurch ging ein Schwert, so zwar, daß das Kleid gerade noch getroffen war, als sollte es dadurch emporgehalten werden. Sie blickte fortwährend mit einem verzückten Lächeln an die weiße, kalkige Decke empor und hielt die Arme in brünstiger Gebärde über die Brust gekreuzt, so daß man den Eindruck gewann, als jubiliere sie innerlich über irgendeinen Gedanken. Wobei ich nochmals bemerke, daß das Schwert links, bei der linken Armbeuge, bis zum Heft fest in der Brust stak.

Dies war die vorderste Person. Aus der hinter ihr folgenden Reihe fielen manche durch ihre wunderliche Tracht auf. Die meisten hatten bestimmte Werkzeuge in der Hand. Der eine eine Säge, der andere ein Kreuz, der dritte einen Schlüssel, der vierte ein Buch, einer gar einen Adler, und ein anderer trug ein Lamm auf dem Arme mit herum. Niemand wunderte sich über den anderen, keiner sprach mit dem anderen. Aus dem Schiff der Kirche führten drei Stufen zu der erhöhten Estrade, wo der Altar stand. Jeder wartete mit seinem in bestimmter Haltung getragenen Werkzeug, bis der vordere die drei Stufen droben war, um nicht mit ihm zusammenzustoßen. Was mich am meisten wunderte: Niemand kümmerte sich um mich. Ich blieb völlig unbemerkt. Und selbst der Mann, der mit seinem schiefbalkigen Kreuz an mich angestoßen war, schien davon nichts bemerkt zu haben. Eine zweite weibliche Person fiel nur durch ihre pathetische Haltung im Zuge auf: eine blonde Frau, nicht mehr jung, mit hübschen aber abgewitterten, abgelebten Zügen. Sie trug ein ganz weißes Kleid, ohne Falbe oder Borde; in der Mitte mit einem Strick gebunden. Dieser Strick war aber vergoldet, die Brüste vollständig entblößt. Doch schaute niemand auf diese üppig quellenden Brüste hin. Reiche, blonde Flechten, vollständig aufgelöst, wallten den ganzen Rücken hinab. Sie trug den Kopf tief auf die Brust gesenkt und schaute verzweifelt auf ihre, nicht wie gewöhnlich gefalteten, sondern nach auswärts umgeknickten Hände – die Geste, die auf dem Theater Verzweiflung darstellt. Tränen perlten fortwährend von ihren Wimpern, fielen von da auf ihre Brüste, dann auf das Kleid und auch noch auf die manchmal unter dem Kleid hervorkommenden Füße. – Es wäre unmöglich, alle die aufzuzählen, die hier so still und selbstverständlich, wie zu einer regelmäßigen Übung, hinaufwanderten; aber der Mensch mit der verkniffenen Fratze, der anfangs seinen Schlüssel so energisch in das Mondlicht hielt und den ich vor dem Einschlafen unwillkürlich noch auf dem Postament betrachtet hatte, war auch dabei.

Trotz des eintönigen Orgelspiels war mir seit dem Erwachen ein zischelndes Geräusch hinter meinem Rücken am Altar nicht entgangen. Ich blickte mich jetzt um und bemerkte dort einen hochaufgeschossenen, ganz weiß gekleideten Menschen, der fortwährend in den an ihm vorbeiwandernden, teilweise vor ihm haltmachenden Zug hineinflüsterte: »Nehmet hin und esset! Nehmet hin und esset!« Es war eine unsäglich feine Figur: schlank, grazile Glieder, geistvolles Profil, griechische Nase. Dunkle, glattgescheitelte Lockenwellen fielen über Schläfe, Ohr und Nacken; ein durchsichtiger, jünglinghafter Flaum bedeckte Kinn und Lippen. Doch bemerkte ich an seinen Händen Blut. Er stand am äußersten linken Ende des Altars und schob den je zu zwei vor ihm stillstehenden und auf einem roten Schemel knienden Menschen des Zuges ein rundes, weiß angestrichenes Stück in den Mund, während diese unter brünstigem Augenaufschlag an die Decke blickten. Er flüsterte immerzu: »Nehmet hin und esset! Nehmet hin und esset!« Und »Nähmet hin und ässet!« prallte es von den halbkugelförmigen Hohlwänden hinter dem Altar zurück. Soweit war alles gut. Auffallend war mir zwar, woher dieser Mensch die weißen runden Stücke hernahm. Er langte wohl fortwährend in den Brustlatz seines Gewandes hinein, dort konnte aber ein Vorrat von den weißen Münzen unmöglich sein; einmal, weil dieses Austeilen ewig fortging und kein Ende nahm, ferner auch ein Unterkleid, wie man deutlich sehen konnte, nicht da war, und weil schließlich die Dünnbrüstigkeit dieses abgehärmten Menschen eine so exzessive war, daß, was sich im Profil darbot, notwendig dem Körper selbst angehören mußte. Auch bewegte er die feine, höchst schlankgebaute Hand so tief nach innen, daß für mich, soweit meine allerdings der Täuschung fähigen Sinne in Betracht kamen, kein Zweifel bestand, daß er die kreidigen Zwölfkreuzerstücke aus seinem Körper selbst nahm.

Ich sagte, soweit war alles gut: die Leute, die Frau mit dem Schwert in der Brust voraus, marschierten hinter dem Altar herum, um auf der rechten Seite wieder zu ihren Plätzen in den Kirchenbänken zurückzukehren. Aber was war denn auf dieser rechten Seite? – Dort stand ein ähnlicher Mensch – mehr ein mythologischer Zwitter als ein Mensch – in einem schwarzen, protestantischen Predigertalar, vorn am Hals die viereckigen, weißen Tabletten oder Bäffchen, hinter denen ein schwarz behaarter Hals zum Vorschein kam. Hinten am Gesäß teilte sich das Predigerkleid, und ein schwarzer, affenartiger Wickelschwanz rollte sich dort heraus, von so respektabler Länge, daß er, die Breite des Altars überspannend, mit dem Rücken des auf der linken Seite amtierenden weißen Menschen in stete Berührung kam. Unten guckten zwei hufartige Füße heraus, und oben auf dem Predigerhals saß ein Kopf, dessen wilder Haarwuchs, verbunden mit einem gelben Kolorit, eingefurchten, denkfaltigen Zügen und einer stumpfigen Nase einem deutschen Professorengesicht an Häßlichkeit wenig nachgab. Eine goldene Brille komplettierte diese aus Ärger, Bitterkeit und Ekel zusammengesetzte Physiognomie. – Eigentümlich war es, daß er fast pendelartig dieselben

Bewegungen und Gesten machte, wie sein weißes Gegenüber auf der anderen Altarseite. – Er hielt einen schwarzen Becher in der Hand, aus dem er seiner ähnlich wie drüben vorbeiparadierenden Gesellschaft zu trinken gab. Dabei rief er in einem heiseren, grölenden Ton der jedesmal vor ihm knienden Person zu »Nehmet hin und trinket!« Und jedesmal führte er den Becher hinter sich herum, am Gesäß vorbei, um ihn dann der nächsten Person an die Lippen zu setzen. Was war nun aber das für eine Gesellschaft auf dieser rechten Seite! Eine merkwürdige und ganz anders geartete als drüben! Da war ganz vorne ein Mensch mit einer langen Nase und zurückweichendem Kinn, einen Dreimaster am Kopfe, den ausgemergelten Körper in eine französische Uniform à la Louis XV gesteckt, mit zurückgeschlagenen roten Rockflügeln, einen Degen zur Seite, in der rechten Hand einen Krückstock, und zu allem Überfluß noch unterm linken Arm eine Flöte. Er hielt den Kopf immer schief, sah sehr ausdrucksvoll drein, und schien genau zu wissen, was er tat. – Da war ferner ein feiner, eleganter Kerl in spanischem Kostüm, Trikots bis fast an die Lende, Pluderhosen, gestepptes, panzerartiges Wams, darüber einen goldbordierten kurzen Mantel à la Philipp II., Schnallenschuhe, Samthut mit Straußenfeder. Das Gesicht war gealtert, aber noch leichtfertig aufgelegt. Einen gezückten, blanken Degen in der Rechten tänzelte er, die Champagnerarie aus Mozart trällernd, die drei Stufen zum Altar hinauf, mit Wohlwollen auf die Zeremonien des schwarzgeschwänzten Predigers sich vorbereitend. Unter den Frauenzimmern bemerkte ich eine in einem weißen, griechischen Gewand mit goldener Falbel, die Arme nackt und nur goldenen Spangen, die Brüste verführerisch halb entblößt; auf dem blonden feingeschnittenen Haupt ein Königsdiadem, und unter dem Arm eine Lyra. Mit ihren fröhlichen, fast ausgelassenen Manieren bildete sie einen wirksamen Gegensatz zu der blonden, schluchzenden Frau auf der anderen Seite. – Es waren noch manche wunderbare, wie es schien, aus allen Gegenden und Zeiten zusammengewürfelte Gesellen da. Da war einer in einem langen, dunkeln, schleppenden Magistergewand, ein Barett über dem ernsten Gesicht, eine düstere, grübelnde Scholastenmiene, unter dem Arm ein geheimnisvolles Buch mit ägyptischen Lettern, der mit zu Boden gewandtem Blick schweigend in der Reihe einherging. Gleich hinter ihm ging ein junges Mädchen mit mildem, weichen Gesichtsausdruck, die einen abgehauenen, bärtigen Kopf auf einer Schüssel trug. Der Kopf schien der eines Denkers zu sein; das Mädchen lächelte und schien mit heiteren Gedanken beschäftigt zu sein. Aber weitaus die hervorragendste Figur in dem ganzen Zug war ein untersetzter, starkknochiger Mann mit rundem, glattrasierten Gesicht und Stiernacken im schwarzen Predigergewand, der mit emporgeworfenem Kopf und selbstbewußter Miene einherging, unter dem linken Arm eine Bibel, unter dem rechten eine Nonne; dies war überhaupt das einzige Paar im ganzen Zug.

Schon oben sagte ich: soweit war die Sache ganz gut. Und die Sache wäre auch weiterhin ganz gut gewesen: der linke Zug ging rechts um den Altar herum, der rechte links herum, um auf diese Weise in ihre Kirchenstühle zurückzukehren. Wie aber, wenn diese zwei Züge von so entgegengesetztem Charakter sich hinter dem Altar begegneten? Und das mußten sie! – Ich versäumte leider dieses Zusammentreffen. Fortwährend beschäftigt mit dem Durchmustern besonders des rechten Zuges, hörte ich plötzlich eine gelle heisere Lache aufschlagen. Ich wandte mich um und sah den schwarzgeschwänzten Menschen, der auf der rechten Seite den Kelch mit dem verdächtigen Inhalt kredenzte, sich mit einer höhnischen Fratze nach der anderen Seite umsehen, wo der weiße, sanfte Mann bleich und starr wie ein Toter stand. Hinter dem Altar sah ich die Spitzen beider Züge sich mit verdächtigen Mienen gegenseitig messen. In diesem Moment verlöschten sämtliche Kerzen. Ein dicker, schwefliger Dampf verbreitete sich im ganzen gewölbten Haus; das einschläfernde Summen der Orgel wurde von einem keifenden, gilfenden Aufschrei, wie von einem blechernen Akkord unterbrochen, als hätte man eine der Orgelpfeifen mit einem Beil verwundet. Es entstand ein fürchterlicher Tumult; ich hörte harte Körper stürzen, Werkzeuge aufschlagen, Leuchter und Schüsseln zu Boden fallen, vernahm weibliches Wehklagen, männliche Kernflüche, Lachen und Schreien. Dazwischen rief eine mokante, kropfige Stimme, die, glaube ich, dem Schwarzen angehörte, mit einem eigentümlichen, jodelnden Jargon: »Ja, ja! – Nähmet hin und ässet! – Ja, ja! – Nähmet hin und trinket!« – Halb aus Furcht erschlagen zu werden, halb aus Unmöglichkeit in der stickigen Luft weiter zu atmen, tappte ich mich im Finstern dem Ausgang zu, der, wie ich wußte, zur Rechten lag. Im Vorübergehen streifte ich am Weihkessel an, der mit einem »Spring Sau!« mir den Abschied gab, und gelangte glücklich ins Freie.

2.3. Die Logik des Jägers Gracchus (Toth 2015)

2.3.1. Für die 2-wertige aristotelische Logik gilt

$L = [0, 1] = L^{-1} = [1, 0]$,

denn das Gesetz vom Ausgeschlossenen Dritten verbietet die Annahme eines vermittelnden Wertes

$0 \vee \neg 0$

$1 \vee \neg 1$.

2.3.2. Allerdings gibt es neben der Möglichkeit substantieller dritter Werte die Erzeugung eines differentiellen Tertiums. Dafür benötigen wir einen Einbettungsoperator E (vgl. Toth 2014).

$E \rightarrow L = [0, 1] =$

$$\begin{pmatrix} L_1 = [0, [1]] & L_1^{-1} = [[1], 0] \\ L_2 = [[0], 1] & L_2^{-1} = [1, [0]] \end{pmatrix}$$

Anstelle von 0 und 1 bekommen wir somit in diesem minimalen Fall

0, [0]

1, [1],

d.h. für jedes L_i gilt

$0 = f(1)$

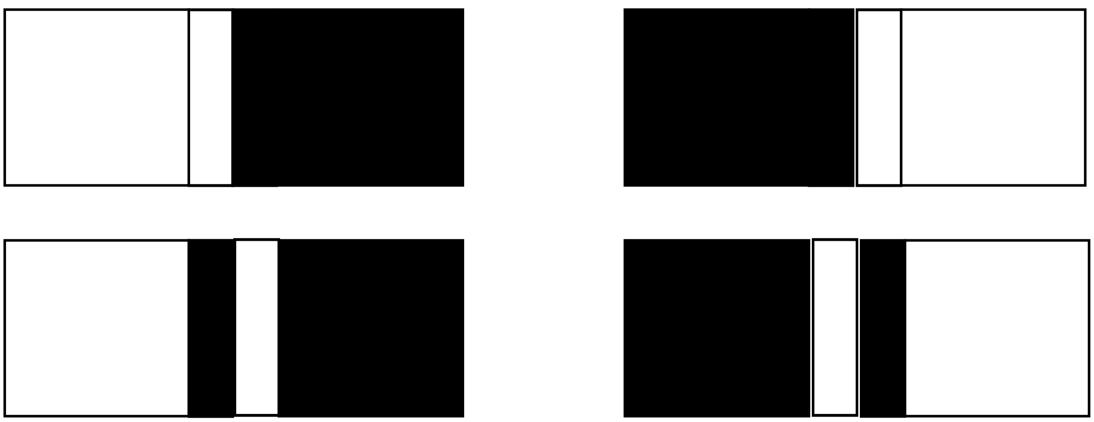
$1 = f(0)$,

und somit ist

$(x \in 0) \subset 1$

$(y \in 1) \subset 0$,

d.h. 0 hat 1-Anteile, und 1 hat 0-Anteile. Man kann dies schematisch wie folgt darstellen (vgl. Toth 2015a).



Die Werte in einer solchen Logik sind also vermöge eines differentiellen Tertiums vermittelt. In Sonderheit gilt also für den Rand R

$R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq \emptyset$,

während für $L = [0, 1]$ natürlich gilt

$R[0, 1] = R[1, 0] = \emptyset$,

vgl. dazu die folgenden äußerst treffenden Feststellungen: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

2.3.3. Da entweder 0 oder 1 die logische Objekt- oder Subjektpositionen einnehmen, bedeutet die funktionelle Abhängigkeit beider Werte voneinander, daß das stillschweigend vorausgesetzte Axiom der 2-wertigen Logik, die, wie übrigens auch die polykonxexturale Logik Günthers, auf objektiven Objekten und subjektiven Subjekten basiert, suspendiert wird. Stattdessen sind subjektive Objekte und objekte Subjekte die neuen logischen Basiskategorien.

$\Omega = f(\Sigma)$	subjektives Objekt	Objekt
$\Sigma = f(\Omega)$	objektives Subjekt	Zeichen

Wie man erkennt, ist also das wahrgenommene subjektive Objekt gerade das Domänen- und das objektive Subjekt als dessen "Metaobjekt" (vgl. Bense 1967, S. 9) gerade das Codomänenelement der thetischen Einführung von Zeichen, d.h. die neue logische Basis ist gleichzeitig das vollständige Abbildungsschema der Zeichensetzung. Damit stehen Objekt und Zeichen in einer Dualrelation

$\Omega = f(\Sigma) \times \Sigma = f(\Omega)$,

und diese besagt, daß das Objekt – vermöge seiner Wahrnehmung, die selbstverständlich nur durch ein Subjekt erfolgen kann – Subjektanteile besitzt und daß das Subjekt – vermöge seiner Objektwahrnehmung – Objektanteile besitzt. Daraus folgt aber nicht mehr und nicht weniger, als daß es eine Brücke zwischen dem Diesseits des Subjektes bzw. Objektes und dem Jenseits des Objektes bzw. Subjektes gibt. Subjektanteile und Objektanteile werden also bei der Wahrnehmung vermöge einer Menge von Transformationen ausgetauscht

$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftarrows [\Omega = f(\Sigma)]$ subjektives Objekt $\rightleftarrows$ objektives Subjekt,

die als Partizipationsrelationen definierbar sind. Es nichtet nicht nur das Nichts im Sein des Seienden, sondern es west auch das Sein des Seienden im Nichts.

2.3.4. Da die Werte 0 und 1 auch als eingebettete in der Form [0] und [1] auftreten können, bedeutet dies, daß eine Linie zur Darstellung der Peanozahlen nicht mehr ausreicht. Die eingebetteten Zahlen können auch unter- oder oberhalb dieser Linie aufscheinen, d.h. sie bekommen erstens eine Menge von ontischen Orten und nicht nur einen "Stellenwert" (bzw. eine "Wertstelle") zugewiesen, und zweitens wird statt einer Zahlenlinie ein Zahlenfeld vorausgesetzt. In diesem gibt es somit nicht nur die horizontale, sondern auch eine vertikale und eine horizontale Zählweise, die wir in Toth (2015b-d) mit adjazenter, subjazenter und transjazenter Zählweise bezeichnet hatten. In den folgenden vollständigen Zahlenfeldern für die 2-elementige Menge P = (0, 1) sind nun alle partizipativen Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten qua 0 = f(1) und 1 = f(0) durch Doppelpfeile eingezeichnet.

2.3.4.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\emptyset_i & \emptyset_j & \rightleftarrows & \emptyset_i & \emptyset_j & \rightleftarrows & \emptyset_j & \emptyset_i & \rightleftarrows & \emptyset_j & \emptyset_i \\
\updownarrows & & \times & \updownarrows & & \times & \updownarrows & & \times & \updownarrows & \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
x_i & y_j & \rightleftarrows & y_i & x_j & \rightleftarrows & y_j & x_i & \rightleftarrows & x_j & y_i
\end{array}$$

2.3.4.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
y_i & \emptyset_j & \rightleftarrows & \emptyset_i & y_j & \rightleftarrows & \emptyset_j & y_i & \rightleftarrows & y_j & \emptyset_i \\
\updownarrows & & \times & \updownarrows & & \times & \updownarrows & & \times & \updownarrows & \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
x_i & \emptyset_j & \rightleftarrows & \emptyset_i & x_j & \rightleftarrows & \emptyset_j & x_i & \rightleftarrows & x_j & \emptyset_i
\end{array}$$

2.3.4.3. Transjazente Zählweise

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i \\
Ø_i & y_j & \rightleftarrows & y_i & Ø_j & \rightleftarrows & y_j & Ø_i & \rightleftarrows & Ø_j & y_i \\
\uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & & \times & \uparrow\downarrow & \\
Ø_i & y_j & & y_i & Ø_j & & y_j & Ø_i & & Ø_j & y_i \\
x_i & Ø_j & \rightleftarrows & Ø_i & x_j & \rightleftarrows & Ø_j & x_i & \rightleftarrows & x_j & Ø_i.
\end{array}
$$

Da, wie bereits angedeutet, in der polykontexturalen Logik G. Günthers und der auf ihr beruhenden Mathematik der Qualitäten E. Kronthalers die 2-wertige aristotelische Logik L = (0, 1) für jede Einzelkontextur unangetastet bleibt und sich die Poly-Kontexturalität also lediglich der Iterierbarkeit des Subjektes verdankt, dieses aber weiterhin ein subjektives Subjekt ist, kann in dieser polykontexturalen Logik, Mathematik und Ontologie keine Rede davon sein, daß man Äpfel und Birnen addieren könne, wie dies ständig behauptet wird (vgl. z.B. Kronthaler 1990). 1 Apfel + 1 Birne ergeben bekanntlich 2 Früchte. Interessant an dieser qualitativen Gleichung ist aber nicht nur der angeblich Qualitätsverlust in der Summe, sondern die Tatsache, daß nur deswegen überhaupt eine Summe gebildet werden kann, weil Apfel und Birne ein vermittelndes Drittes gemeinsam haben, denn die weitere qualitative Gleichung 1 Apfel + 1 Stein hat beispielsweise keine angebbare Summe. Wenn es aber ein vermittelndes Drittes gibt, bedeutet dies natürlich wiederum, daß die Schnittmenge der Merkmalsmengen von Apfel und Birne nicht leer sein kann, und damit sind die Zahlen, welche Apfel und Birne vertreten, also 0 und 1 oder 1 und 0, natürlich vermittelt, d.h. folgend der oben skizzierten qualitativen ortsfunktionalen Arithmetik mit ihren drei 2-dimensionalen Zählweisen. Eine qualitative Mathematik, welche diesen Namen verdient, setzt also zwei fundamentale Änderungen der polykontexturallogischen Basis voraus:

1. die Ersetzung der logischen Basiskategorien des objektiven Objektes und des subjektiven Subjektes durch die vermittelten Kategorien des subjektiven Objektes und des objektiven Subjektes.

2. die daraus resultierende Möglichkeit, nicht nur das Subjekt, sondern auch das Objekt iterieren zu lassen. Damit ergeben sich ungeheuer komplexere "Permutogramme" (G.G. Thomas) bzw. Hamiltonkreise (G. Günther) als diejenigen, welche innerhalb der polykontexturalen Logik benutzt werden.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Gänsemarsch und Seitensprünge. In: Spuren 33, 1990, S. 56-62

Panizza, Oskar, Visionen. Leipzig 1893

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Der Jäger Gracchus und die Vermittlung und Diesseits und Jenseits. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Jenseits von Wahr und Falsch

1. Die zweiwertige aristotelische Logik basiert, wie allgemein bekannt ist, auf den zwei Wahrheitswerten Wahr oder 0 und Falsch oder 1 und läßt sich durch die dichotomische Relation

$L = [0, 1]$

darstellen. Nun hatte bereits Gotthard Günther festgestellt: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.). Das bedeutet aber, daß gilt

$[0, 1] \cong [1, 0]$

und sogar, da L keine geordnete Menge ist,

$[0, 1] = [1, 0]$

gelten muß. Der Grund für die Austauschbarkeit der Werte beruht darin, daß 0 das objektive Objekt und 1 das subjektive Subjekt darstellt, da das Gesetz des Tertiums non datur die beiden möglichen "gemischten" erkenntnistheoretischen Kategorien des subjektiven Objekts und des objektiven Subjekts zum vornherein ausschließt.

2. Tatsächlich aber ist es so, daß uns weder objektive Objekte noch subjektive Subjekte zugänglich sind. Denn ein Objekt, das wahrgenommen wird, wird immer durch ein Subjekt wahrgenommen, und somit bekommt das Objekt Subjektanteile und das Subjekt Objektanteile. Dasselbe gilt für ein Subjekt, denn wir können nicht nur andere Subjekte, sondern auch uns selbst immer nur als Objekte wahrnehmen. Schreiben wir oO, sO, oS und sS für die vier erkenntnistheoretischen logischen Funktionen, bedeutet dies, daß

$L = [oO, sS]$

durch

$L = [sO, oS]$

ersetzt werden muß. Mathematisch kann man Subjektanteile von Objekten und Objektanteile von Subjekten durch den bereits in Toth (2014) eingeführten Einbettungsoperator E

E: $x \rightarrow [x]$

definieren. Wendet man E auf L an, dann bekommt man zunächst vier mögliche neue Wertkonstellationen

$E \rightarrow L =$

[0, [1]]   [[1], 0]

[[0], 1]   [1, [0]],

d.h. die beiden nun durch

$0 := sO$

$1 := oS$

interpretierten Werte können sowohl eingebettet als auch nicht-eingebettet an beiden logischen Positionen erscheinen. Die zweiwertige Basis der aristotelischen Logik wird somit durch f: $(E \rightarrow L)$ nicht angetastet.

3. Man kann nun diese vier Wertkonstellationen subjektiver Objekte und objektiver Subjekte wie folgt durch Graphen darstellen.

3.1. [0, [1]]   3.2. [[1], 0]

$$\begin{array}{ccc} 0 & \rightarrow & \varnothing \\ \downarrow & & \downarrow \\ \varnothing & \rightarrow & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} \varnothing & \rightarrow & 0 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 1 & \rightarrow & \varnothing \end{array}$$

3.3. [[0], 1]

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & \rightarrow & 1 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 0 & \rightarrow & \emptyset \end{array}$$

3.4. [1, [0]]

$$\begin{array}{ccc} 1 & \rightarrow & \emptyset \\ \downarrow & & \downarrow \\ \emptyset & \rightarrow & 0. \end{array}$$

Wie man leicht bemerkt, sind damit aber die Positionen von 0 und 1 innerhalb dieser 4 "Wertfelder" keineswegs ausgeschöpft, denn es gibt die folgenden 8 weiteren Wertfelder. Man beachte, daß sich diese im Gegensatz zu den vorstehenden 4 nicht durch lineare Einbettungsschemata notieren lassen.

3.5.

$$\begin{array}{ccc} 0 & \rightarrow & \emptyset \\ \downarrow & & \downarrow \\ 1 & \rightarrow & \emptyset \end{array}$$

3.6.

$$\begin{array}{ccc} 1 & \rightarrow & \emptyset \\ \downarrow & & \downarrow \\ 0 & \rightarrow & \emptyset \end{array}$$

3.7.

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & \rightarrow & 0 \\ \downarrow & & \downarrow \\ \emptyset & \rightarrow & 1 \end{array}$$

3.8.

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & \rightarrow & 1 \\ \downarrow & & \downarrow \\ \emptyset & \rightarrow & 0 \end{array}$$

Wie man bemerkt, sind damit die vertikalen Positionen von 0 und 1 in den Wertfeldern ausgeschöpft.

3.9.

$$\begin{array}{ccc} 0 & \rightarrow & 1 \\ \downarrow & & \downarrow \\ \emptyset & \rightarrow & \emptyset \end{array}$$

3.10.

$$\begin{array}{ccc} 1 & \rightarrow & 0 \\ \downarrow & & \downarrow \\ \emptyset & \rightarrow & \emptyset \end{array}$$

3.11. 3.12.

Ø → Ø Ø → Ø

↓ ↓ ↓ ↓

0 → 1 1 → 0

Wie man bemerkt, sind damit die horizontalen Positionen von 0 und 1 in den Wertfeldern ausgeschöpft. Ferner erkennt man, daß mit den ersten 4 Wertfeldern, die den vier Einbettungsstrukturen korrespondieren, auch die diagonalen Positionen von 0 und 1 in den Wertfeldern ausgeschöpft sind.

4. Das bedeutet also, daß den 16 dyadischen Wahrheitswertfunktionen der auf L = [0, 1] aufgebauten Logik 12 dyadische Wahrheitswertfelder der auf der Abbildung f: E → L aufgebauten Logik korrespondieren. Da für die letztere oO und sS durch sO und oS ersetzt sind, sind allerdings die Werte 0 und 1 in den 12 Wahrheitswertfeldern nicht mehr relativ zu logischer Wahrheit und Falschheit unterscheidbar, denn es gilt ja z.B. [0, [1]] = (W = f(F)) und [[1], 0] = (F = f(W)). Wir befinden uns vermöge der Funktion f: E → L somit "Jenseits von Wahr und Falsch". Ferner sind die quadratischen Felder, die wir hier in Analogie zur klassischen Logik als Wahrheitswertfelder bezeichnet hatten, eher Zahlenfelder bzw. sie geben die Zählweisen der funktionalen, voneinander abhängigen Wahrheitswerte an, insofern die 4 Felder

0 → 1 1 → 0

↓ ↓ ↓ ↓

Ø → Ø Ø → Ø

Ø → Ø Ø → Ø

↓ ↓ ↓ ↓

0 → 1 1 → 0

genau den Zählschemata der adjazenten Zählweise, die 4 Felder

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \rightarrow & \emptyset & \qquad & 1 & \rightarrow & \emptyset \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 1 & \rightarrow & \emptyset & & 0 & \rightarrow & \emptyset \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \emptyset & \rightarrow & 0 & \qquad & \emptyset & \rightarrow & 1 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \emptyset & \rightarrow & 1 & & \emptyset & \rightarrow & 0 \end{array}$$

genau den Zählschemata der subjazenten Zählweise,

und die 4 Felder

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \rightarrow & \emptyset & \qquad & \emptyset & \rightarrow & 0 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \emptyset & \rightarrow & 1 & & 1 & \rightarrow & \emptyset \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \emptyset & \rightarrow & 1 & \qquad & 1 & \rightarrow & \emptyset \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 0 & \rightarrow & \emptyset & & \emptyset & \rightarrow & 0 \end{array}$$

genau den Zählschemata der tranjsazenten Zählweise, wie sie im Rahmen der qualitativen Arithmetik der ortsfunktionalen Peanozahlen eingeführt worden waren (vgl. Toth 2015a-c), entsprechen.

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Einführung in die elementare qualitative Arithmetik

1. In der quantitativen Mathematik gibt es nur eine einzige Zählweise, die lineare, welche durch die Peano-Axiome festgelegt ist. Weshalb dies so ist, ist auch den meisten Mathematikern nicht bewußt. Der Grund liegt darin, daß die zweiwertige aristotelische Logik, welche die Grundlage für die quantitative Mathematik bildet, in ihrer Basisdichotomie

$L = [0, 1]$

keine Vermittlung zwischen den Werten 0 und 1 zuläßt, d.h. sie sind absolut. Nun hatte bereits Günther festgestellt: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.). Damit gilt natürlich

$L = [0, 1] = [1, 0] = L^{-1}$.

0 oder Position und 1 oder Negation (bzw. umgekehrt) stehen also erkenntnistheoretisch für das objektive Objekt einerseits und für das subjektive Subjekt andererseits.

2. Tatsächlich ist es aber so, daß die Begriffe Objekt und Subjekt ohne einander sinnlos sind. Ein Objekt kann nur dann ein solches sein, wenn es ein solches für ein Subjekt ist. Und ein Subjekt kann es nur dann geben, wenn es ein Objekt gibt, von dem es sich unterscheidet. Ontisch gesehen ist es daher nur dann sinnvoll, von einem Objekt zu sprechen, wenn es von einem Subjekt wahrgenommen wird. Durch die Wahrnehmung erhält aber das Objekt – als vom Subjekt Wahrgenommenes – Subjektanteile, und das Subjekt – als das Objekt Wahrnehmendes -. erhält Objektanteile. Es ist daher, wie bereits in Toth (2015a) ausgeführt, nötig, statt von L von einem Quadrupel von L-Funktionen der Form

$L_1 = [0, [1]] \qquad L_1^{-1} = [[1], 0]$

$L_3 = [[0], 1] \qquad L_2^{-1} = [1, [0]]$

auszugehen, die im Gegensatz zu $L = L^{-1}$ paarweise ungleich sind. Man kann diese vier L-Funktionen unter Vernachläßigung der Positionen der Werte in den vier Gleichungen durch

$0 = f(1)$

$1 = f(0)$

ausdrücken. Je nachdem, ob man 0 oder 1 die erkenntnistheoretische Funktion des Objektes und 1 oder 0 diejenige des Subjektes zuweist, formalisieren daher die beiden letzten Gleichungen das subjektive Objekt und das objektive Subjekt. Rein formal wird für die Transformation

$\tau: \quad L \rightarrow (L_1, L_1^{-1}, L_2, L_2^{-1})$

lediglich ein Einbettungsoperator der Form

$E: \quad x \rightarrow [x]$ (mit $x \in (0, 1)$)

benötigt, d.h. kein dritter Wert, welcher als (substantielles) Tertium die aristotelische Basis der Logik zerstört. Wenn man E als Tertium bezeichnen will, dann handelt es sich um ein differentielles Tertium, das tatsächlich innerhalb der aristotelischen Logik nicht vorgesehen ist.

3. Wie man sieht, spielt innerhalb des Quadrupels von L-Funktionen allerdings nicht nur die Tatsache, ob ein Wert eingebettet oder nicht-eingebettet ist, eine Rolle, sondern auch, wo der Wert, d.h. die Zahl, steht, denn wie bereits gesagt, gilt

$[0, [1]] \neq [[1], 0]$

$[[0], 1] \neq [1, [0]]$

$[1, [0]] \neq [[0], 1]$

$[[1], 0] \neq [0, [1]]$.

Jede Zahl ist somit nicht nur von E, sondern auch von einem Ort ω abhängig, d.h. für jede Peanozahl x gilt

$x = f(E, \omega)$,

und diese Abhängigkeit ist es, was sie zur qualitativen Zahl macht (vgl. Toth 2015b-d) und nicht etwa die Orthogonalität von Paaren von Peanozahlen (vgl. Günther 1991, S. 419 ff.). In der in diesem Aufsatz zu skizzierenden qualitativen Arithmetik erhält man für Paare von Peanozahlen P = (x, y) unter Anwendung von $x = f(E, \omega)$ und $y = f(E, \omega)$ statt der einen, linearen Zählweise der quantitativen Arithmetik drei Zählweisen mit je acht verschiedenen qualitativen Zahlen.

3.1. Sind x und y linear, so liegt in meiner Terminologie die adjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & \varnothing_i \\
& & \times & & & \times & & & \times & & \\
\varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & \varnothing_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i.
\end{array}$$

3.2. Sind x und y orthogonal, so liegt in meiner Terminologie die subjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i \\
y_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & y_j & & \varnothing_j & y_i & & y_j & \varnothing_i \\
& & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & y_j & & \varnothing_j & y_i & & y_j & \varnothing_i \\
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i.
\end{array}$$

3.3. Sind x und y diagonal, so liegt in meiner Terminologie die transjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{ll} x_i & Ø_j \\ Ø_i & y_j \end{array} \quad \begin{array}{ll} Ø_i & x_j \\ y_i & Ø_j \end{array} \quad \begin{array}{ll} Ø_j & x_i \\ y_j & Ø_i \end{array} \quad \begin{array}{ll} x_j & Ø_i \\ Ø_j & y_i \end{array}$$

$$\times \qquad \times \qquad \times$$

$$\begin{array}{ll} Ø_i & y_j \\ x_i & Ø_j \end{array} \quad \begin{array}{ll} y_i & Ø_j \\ Ø_i & x_j \end{array} \quad \begin{array}{ll} y_j & Ø_i \\ Ø_j & x_i \end{array} \quad \begin{array}{ll} Ø_j & y_i \\ x_j & Ø_i. \end{array}$$

(In diesen Schemata referieren die Indizes auf die Subjektstandpunkte. Diese ermöglichen die Kompatibilisierung unserer qualitativen Arithmetik mit der von Kronthaler geschaffenen Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986), die auf der polykontexturalen Logik beruht, welche ein Verbundsystem von zweiwertigen aristotelischen Logiken ist und jedem Subjekt seine eigene zweiwertige Logik zugesteht. Da hier aber nur das Subjekt iterierbar ist, während das Objekt, wie Hegel sagte, totes Objekt bleibt, gibt es in der Mathematik der Qualitäten im Gegensatz zu unserer qualitativen Arithmetik keine Vermittlung der Werte innerhalb der auch in der Mathematik der Qualitäten unangetasteten Dichotomie L = [0, 1].)

4. In der qualitativen Arithmetik kann also jede Peanozahl x vermöge x = f(E, ω) entweder adjazent, subjazent oder transjazent gezählt werden, wobei es acht Möglichkeiten in jeder der drei Zählweisen gibt. Das bedeutet, daß bereits die elementare und nur quantitativ eindeutige Peano-Addition (0 + 1) qualitativ in 24 Möglichkeiten mehrdeutig ist. Jede qualitative Zahl ist somit in der allgemeinen Form

$x_{n, m}$

notierbar, darin n den Wert von E und m den Wert von ω angibt. Die quantitative Addition (0 + 1) ist somit ein Spezialfall für n = m. Beschränken wir uns zur Illustration auf das L-Quadrupel, so erhält man zunächst die folgenden Ungleichungen

$[0, [1]] \neq [[1], 0] \quad \rightarrow \quad (0, 1_{-1}) \neq (1_{-1}, 0)$

$[[0], 1] \neq [1, [0]] \quad \rightarrow \quad (0_{-1}, 1) \neq (1, 0_{-1})$

$[1, [0]] \neq [[0], 1] \quad \rightarrow \quad (1, 0_{-1}) \neq (0_{-1}, 1)$

$[[1], 0] \neq [0, [1]] \quad \rightarrow \quad (1_{-1}, 0) \neq (0, 1_{-1})$.

Damit entsteht allerdings eine Ambiguität zwischen Subjazenz und Transjazenz, denn z.B. kann $(0, 1_{-1})$

0

1

oder

0

    1

bedeuten. Daher muß auch bei Zahlenpaaren mit festgelegter Ordnung nicht nur die E-, sondern auch die ω-Position indiziert werden, d.h.

0

1 $= (0_{n, m}, 1_{n-1, m})$,

aber

0

    1 $= (0_{n, m}, 1_{n-1, m+1})$,

wogegen

    0

1 $= (0_{n, m}, 1_{n-1, m-1})$, usw.

Es ist somit möglich, alle 3 mal 8 Zählweisen der qualitativen Arithmetik für jede quantitative Peanozahl x durch x = f(E, ω) qualitativ darzustellen. Da ferner alle 24 Zählweisen paarweise voneinander verschieden sind, ist die

Abbildung von quantitativen auf qualitative Zahlen bijektiv. Man braucht also nicht wie in der Mathematik der Qualitäten auf die Korzybski-Mehrdeutigkeit auszuweichen, welche dazu führt, daß kein einziger Satz der Mathematik der Qualitäten beweisbar ist. Dagegen werden alle Sätze einer qualitativen Mathematik, welche auf der Basis der qualitativen Arithmetik errichtet werden wird, auch beweisbar sein.

Literatur

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Jenseits von wahr und falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Grundlagen einer neuen Logik für die Peirce-Bense-Semiotik

1. Wenn das ontische Objekt durch das logische Objekt vertreten wird, muß das semiotische Zeichen durch das logische Subjekt vertreten werden. Dies ist die Position der 2-wertigen aristotelischen Logik, woraus sogleich die Isomorphie

$L = [0, 1] \cong X = [\text{Objekt, Zeichen}]$

folgt. Während allerdings "L" für Logik feststeht, gibt es bemerkenswerterweise keine Wissenschaft, die sich sowohl mit Objekten als auch mit Zeichen beschäftigt, ja es hat bis 2008 nicht einmal eine Wissenschaft gegeben, welche sich mit Objekten beschäftigt. Sie heißt heute Ontik und wurde durch uns inauguriert. Daher gibt es auch zwei Möglichkeiten, X zu definieren

$X = O^* = [\text{Objekt, Zeichen}]$

$X = Z^* = [\text{Objekt, Zeichen}]$.

2. Nun ist ein Zeichen im Gegensatz zu einem Objekt nicht vorgegeben, d.h. es muß thetisch eingeführt werden, und dies kann natürlich nur durch ein Subjekt geschehen. Dabei erhält aber das Objekt Subjektanteile, und das Subjekt Objektanteile, denn das Zeichen wird von Bense (1967, S. 9) ausdrücklich als "Meta-Objekt" bezeichnet, d.h. wir haben

Zeichen = f(Objekt),

und andererseits wird das Objekt im Zeichen "mitgeführt" (Bense 1979, S. 29), d.h. wir haben

Objekt = f(Zeichen).

Diese beide funktionellen Abhängigkeiten von Objekt und Zeichen widersprechen jedoch der Isomorphie von $L = [0, 1]$ und X, denn das logische Gesetz des Tertium non datur verbietet explizit eine Vermittlung der Werte. Gehen wir jedoch statt von absoluten, d.h. objektiven Objekten und absoluten, d.h. subjektiven Subjekten, von relativen aus, so bekommen wir als Basis einer neuen Logik

L' = (subjektives Objekt, objektives Subjekt) und statt $L = [0, 1]$ die Quadrupelrelation

$L_1 = [0, [1]]$ $\quad$ $L_3 = L_1^{-1} = [[1], 0]$

$L_2 = [[0], 1]$ $\quad$ $L_4 = L_2^{-1} = [1, [0]]$.

3. Wir wollen von nun an das subjektive Objekt durch SO und das objektive Subjekt durch OS bezeichnen. Um den semiotischen Objektbezug vom bezeichneten ontischen Objekt zu unterscheiden, schreiben wir für ersteren O und für letzteren Ω. Damit bekommen wir

$\Omega = SO$

$Z = OS$

Nun sind gemäß Toth (2016) innerhalb der elementaren Zeichenrelation

$Z = (M, O, I)$

sowohl M als auch O logische Objekte, ferner müssen Zeichenträger und bezeichnetes Objekt nicht koinzidieren, da die Selektion von M frei ist und die beiden nur im Falle einer Pars-pro-toto-Relation, also bei "natürlichen" Zeichen, Anzeichen, Spuren, Resten koinzidieren, nicht aber im Falle von thetisch eingeführten künstlichen Zeichen. Dagegen ist der Interpretantenbezug ist, da er eine triadisch-trichotomische Relation ist, das Zeichen im Zeichen, vgl. Benses kategorietheoretische Zeichendefinition (Bense 1979, S. 53 u. 67)

$Z = (M, O, I) = ((M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$.

Wir können damit die trichotomischen Subrelationen der triadischen Hauptrelationen von Z durch

$M = (SO = f(S)) = S(SO)$

$O = (SO = f(O)) = O(SO)$

$I = (OS = f(O)) = O(OS)$

definieren und erhalten damit folgende Matrix logischer Funktionen auf der Basis der neuen, durch die Quadrupelrelation L' definierten Logik als Grundlage der Peirce-Bense-Semiotik

	S(SO)	O(SO)	O(OS)
S(SO)	S(SO) → S(SO)	S(SO) → O(SO)	S(SO) → O(OS)
O(SO)	O(SO) → S(SO)	O(SO) → O(SO)	O(SO) → O(OS)
O(OS)	O(OS) → S(SO)	O(OS) → O(SO)	O(OS) → O(OS) .

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Welche Logik bildet die Basis der Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Die semiotische Logik und ihre qualitative Mathematik

1. In Toth (2016a) hatten wir die beiden für die Semiotik wichtigsten Logiken, die aristotelische und die günthersche, anhand von drei Basis-Bedingungen miteinander verglichen.

Logik	Vermittlung der Basiswerte	Iterierbarkeit von O	Iterierbarkeit von S
aristotelisch	nein	nein	nein
günthersch	nein	nein	ja
semiotisch	ja	ja	ja

Dabei zeigt sich in Sonderheit, daß die polykontexturale Logik Gotthard Günthers pseudo-mehrwertig ist, da innerhalb jeder Kontextur weiterhin die 2-wertige Logik gilt. Günther selbst war das übrigens bewußt: "Jedes Einzel-subjekt begreift die Welt mit derselben Logik, aber es begreift sie von einer anderen Stelle im Sein. Die Folge davon ist: insofern, als alle Subjekte die gleiche Logik benutzen, sind ihre Resultate gleich, insofern aber, als die Anwendung von unterschiedlichen ontologischen Stellen her geschieht, sind ihre Resultate verschieden" (Günther 1980, S. 87). Was also neu ist an der güntherschen gegenüber der aristotelischen Logik, ist lediglich, daß jedem Subjekte seine private 2-wertige Logik zugestanden wird. Dadurch muß in formalen Systemen natürlich die Subjektposition iterierbar sein, d.h. man kann den Übergang von der aristotelischen zur güntherschen Logik durch

$L = [\Omega, \Sigma] \rightarrow \{L = [\Omega, \Sigma_1], ..., L = [\Omega, \Sigma_n]\}$

charakterisieren, und wie man sieht, gilt hier

$\Omega = \text{const.}$

2. Eine solche Auffassung ist jedoch aus semiotischer Sicht grundfalsch, weil sie direkt zur Pansemiotik von Peirce und seinen mittelalterlichen und frühneuzeitlichen Vorläufern führt. Gemäß Peirce gilt ja, "daß wir alles, was wir wahrnehmen, in Zeichen wahrnehmen". Daraus würde jedoch folgen, daß kein Objekt mehr "zum Zeichen erklärt" (Bense 1967, S. 9) zu werden bräuchte, daß die Operation der "thetischen Setzung" (Walther 1979, S. 121) hinfällig wäre, ja daß selbst die Unterscheidung zwischen Objekt und Zeichen sinnlos würde. Tatsache ist aber, daß ein bloß wahrgenommenes Objekt noch lange kein Zeichen ist. Ein Haus, das ich wahrnehme, in das ich hineingehe, in dem ich wohne oder das ich, als Architekt, sogar baue, ist kein Zeichen, sondern ein Objekt. Als Objekt freilich kann es zum Zeichen erklärt werden, z.B. können die Fenster und Türe als Icons (2.1), die Gänge und Korridore als Indizes (2.2) und die Zimmer und Einbauschränke als Repertoires (2.3) repräsentiert werden, aber erst dann, wenn ich sie in einem willentlichen Akt, demjenigen der thetischen Setzung, zu Zeichen erkläre. Erst ein verknotetes, d.h. verfremdetes Taschentuch ist ein Zeichen, sonst ist es selbstverständlich ein Objekt. Es gibt in dieser Welt somit nicht nur Zeichen, sondern auch Objekte. Gegen diese Kindergartenweisheit verstößt jedoch jede Logik, welche auf unvermittelten, d.h absoluten (apriorischen) Kategorien gegründet ist, d.h. nicht nur die aristotelische, sondern auch die günthersche. Da auch für die letztere für jede Einzelkontextur die logische Dichotomie aus objektivem Objekt und subjektivem Subjekt

$$L = [0, 1]$$

gilt, in dem eine Vermittlung der beiden Werte 0 und 1 durch das Grundgesetz des Tertium non datur explizit ausgeschlossen wird, kann es in einer Semiotik, die auf L basiert, weder Funktionen der Form

$$\Omega = f(Z)$$

noch solche der Form

$$Z = f(\Omega)$$

und dabei überhaupt keine Referenz geben. Ein wahrgenommenes Objekt – und nur ein solches sollte als Objekt bezeichnet werden, da es eines Subjektes bedarf, um wahrgenommen zu werden – ist ein Objekt, aber es ist kein objektives, sondern ein subjektives Objekt (SO), es erhält durch die Wahrnehmungen sozusagen Subjektanteile. Umgekehrt ist ein Zeichen ein objektives Subjekt (OS), d.h. ein Subjekt, das durch die Zeichensetzung sozusagen Objektanteile bekommt. Die Dichotomie von Objekt und Zeichen

$D = [\Omega, Z]$

läßt sich daher durch die Dichotomie

$E = [SO, OS]$,

die ein Dualverhältnis bildet, ausdrücken, denn $\times(SO) = OS$ und $\times(OS) = (SO)$.

3. Damit kann man, wie bereits in Toth (2016b) gezeigt, auch die Teilrelationen der peirceschen Zeichenrelation

$Z = (M, O, I)$

durch die vermittelten logischen Funktionen definieren

$M = (SO = f(S)) = S(SO)$

$O = (SO = f(O)) = O(SO)$

$I = (OS = f(O)) = O(OS)$

definieren und erhält damit folgende Matrix logischer Funktionen auf der Basis einer neuen Logik als Grundlage der Peirce-Bense-Semiotik

	S(SO)	O(SO)	O(OS)
S(SO)	S(SO) → S(SO)	S(SO) → O(SO)	S(SO) → O(OS)
O(SO)	O(SO) → S(SO)	O(SO) → O(SO)	O(SO) → O(OS)
O(OS)	O(OS) → S(SO)	O(OS) → O(SO)	O(OS) → O(OS) .

Wie man sogleich sieht, sind hier alle drei Bedingungen der eingangs gegebenen Tabelle für eine semiotische Logik erfüllt:

1. O und S sind vermittelt.

2. O ist iterierbar.

3. S ist iterierbar.

Die obige Matrix kategorietheoretischer Abbildungen der zu den semiotischen Subrelationen isomorphen logischen Funktionen ist daher als maximale Erweiterung nicht nur der aristotelischen, sondern auch der güntherschen Logik zu betrachten. Setzen wir nun, wie dies auch in der Semiotik und in der auf der polykontexturalen Logik aufbauenden Mathematik der Qualitäten getan wird, Zahlenwerte ein

O := 0

S := 1,

so können wir die obige Matrix in der folgenden Form notieren

	1(10)	0(10)	0(01)
1(10)	$1(10) \rightarrow 1(10)$	$1(10) \rightarrow 0(10)$	$1(10) \rightarrow 0(01)$
0(10)	$0(10) \rightarrow 1(10)$	$0(10) \rightarrow 0(10)$	$0(10) \rightarrow 0(01)$
0(01)	$0(01) \rightarrow 1(10)$	$0(01) \rightarrow 0(10)$	$0(01) \rightarrow 0(01)$.

Da die Abbildungen genauso wie in der Semiotik (vermöge Isomorphie) kartesische Produkte sind, haben wir also

$1(10) \rightarrow 1(10) = 1(10) \times 1(10) = [1(10)1(10)]$, usw.,

und damit stehen wir nun vor einer völlig neuen Form von Zahlen, die weder die Peanozahlen sind, die Bense (1981, S. 17 ff.) als Zeichenzahlen einführte, noch Gestaltzahlen (Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen), die Günther (1979, S. 252 ff.) als qualitative Zahlen für die polykontexturale Logik einführte, sondern es sind zwar ebenfalls qualitative Zahlen, aber solche, welche für unsere neue Logik geschaffen sind, in der nicht nur die Subjekt-, sondern auch auch die Objekt-Position iterierbar ist und innerhalb der die Basiswerte nicht absolut, sondern vermittelt sind

[1(10)1(10)]

[1(10)0(10)]

[1(10)0(01)]

[0(10)0(10)]

[0(10)0(01)]

[0(01)0(01)].

Diese neuen Zahlen, die bislang keinen Namen tragen, haben also die abstrakte Struktur

N = [a(bc)d(ef)]

mit a...f ∈ {0, 1}

und der Bedingung, daß sowohl 0 als auch 1 mindestens 2mal pro Sequenz auftreten müssen. Sie stellen somit in einer Hierarchie von Zahlen die 2. Stufe der in Toth (2016a, b) erwähnten Relationalzahlen dar, die wir jetzt wie folgt notieren können

[0, [1]] = [0(1)]

[[0], 1] = [(0)1]

[1, [0]] = [1(0)]

[[1], 0] = [(1)0].

Durch konkatenierte Multiplikation erhält man dann aus Zahlen der 2. Stufe solche 3. Stufe

[1(10)1(10)1(10)1(10)]

[1(10)1(10)1(10)0(10)]

[1(10)1(10)1(10)0(01)]

[1(10)1(10)0(10)0(10)]

[1(10)1(10)0(10)0(01)]

[1(10)1(10)0(01)0(01)]

[1(10)0(10)1(10)0(10)]

[1(10)0(10)1(10)0(10)]

[1(10)0(10)0(10)0(10)]

[1(10)0(10)0(10)0(01)]

[1(10)0(10)0(01)0(01)]

[1(10)0(01)1(10)0(01)]

[1(10)0(01)0(10)0(10)]

[1(10)0(01)0(10)0(01)]

[1(10)0(01)0(01)0(01)]

[0(10)0(10)0(10)0(10)]

[0(10)0(10)0(10)0(10)]

[0(10)0(10)0(01)0(01)]

[0(10)0(01)0(10)0(01)]

[0(10)0(01)0(01)0(01)]

[0(10)0(01)0(10)0(01)], usw.

Es ist also

$card(Z^1) = 4$

$card(Z^2) = 5$

$card(Z^3) = 21$

Wie man leicht nachrechnen kann, ist dann

$card(Z^4) = 210$

$card(Z^5) = 21945$, usw.

Nicht einmal die Zahlensequenz der Kardinalität dieser neuen Art von Zahlen ist im OEIS (Online Encyclopedia of Integer Sequences) nachgewiesen. Ferner besitzen diese Zahlen keine eindeutigen (und damit auch keinen absoluten) Anfang, sondern als Anfang dient ein Geviert. Während also die polykontexturalen Zahlen nach dem Pfalzgraf-Theorem einerseits aus den Peano-Zahlen topologisch gefasert und anderseits durch Entfernung der Faserung wiederum in Peano-Zahlen zurückverwandelt werden können, besteht diese Möglichkeit bei unseren neuen Zahlen nicht. Wie es ferner aussieht, gibt es auch keine Möglichkeit einer Transformation unserer Zahlen in polykontexturale Zahlen et vice versa, während problemlos Proto-, Deutero- und Tritozahlen ineinander überführbar sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Toth, Alfred, Welche Logik bildet die Basis der Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Grundlagen einer neuen Logik für die Peirce-Bense.-Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Grundlagen der qualitativen semiotischen Arithmetik

1. Grundlagen

Zur Einführung vgl. Toth (2016a-c).

AXIOM: Es gilt immer $x \neq y$, da es keine absoluten Objekte und Subjekte, d.h. keine objektiven Objekte und subjektiven Subjekte gibt.

Es gibt 1- und 2-stellige Basiszahlen. n-stellige Zahlen mit $n > 2$ sind auf diese reduzierbar.

1. $F = x(y)$

Beispiele: 0(1), (0)1, 1(0), (1)0.

2. $F = (xy)$

Beispiele: (01), (10).

Daraus resultieren folgende Kombinationen

x(xy), y(xy),

x(yx), y(yx).

Beispiele: 0(01), 0(10), 1(01), 1(10).

2. Addition

2.1. Addition durch Juxtaposition

Es wird unterschieden zwischen Links-Juxtaposition

Beispiele: $0 + (01) = 0(01)$, $1 + (10) = 1(10)$.

und Rechts-Juxtaposition

Beispiele: $(01) + 0 = (01)0$, $(10) + 1 = (10)1$.

2.2. Addition durch Splitting

Beispiele: $0 + (01) = 0(01)$, $0 + (10) = (10)0$.

Die Summen sind also eindeutig, da (00)1 und 1(00) gegen das Grundaxiom verstoßen. Ferner ist klar, daß die Addition nicht kommutativ ist.

3. Multiplikation

Gegen seien die semiotischen Zahlen 0(01), 0(10), 1(01), 1(10). Dann sei deren Multiplikation durch Konkatenation definiert

$0(01) \times 0(01) = 0(01)0(01)$

$0(01) \times 0(10) = 0(01)0(10)$

...

$1(10) \times 1(10) = 1(10)1(10)$.

Auch hier ist klar, daß die Multiplikation nicht kommutativ ist.

Literatur

Toth, Alfred, Welche Logik bildet die Basis der Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Grundlagen einer neuen Logik für die Peirce-Bense.-Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Toth, Alfred, Die semiotische Logik und ihre qualitative Mathematik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016c

Zweidimensionale Mehrdeutigkeit der semiotischen Zahlen

1. In Toth (2016) wurde gezeigt, wie aus den zwei Basiszahl-Strukturen der semiotischen Arithmetik

S^1 = 0(1), (0)1, 1(0), (1)0

S^2 = 01, 10

redundanzfreie Systeme konstruiert werden können. Man rufe sich in Erinnerung, daß n-stellige Folgen für n ≧ 3 auf 2-stellige reduzierbar sind, d.h. es ist z.B. 010 = 0(10) oder 010 = (01)0. Wegen des Verbotes von Folgen der Form 00 und 11 ist die Reduktion etwa bei 011 = (01)1 eindeutig, sonst mehrdeutig.

2. Im folgenden werden die redundanzfreien Folgen 1-stelliger und 2-stelliger semiotischer Zahlen für n = 1 bis und mit n = 5 zusammengestellt.

2.1. 1-stellige semiotische Zahlen

n = 1	0(1), 1(0), (0)1, (1)0
n = 2	01(0), 10(0), 01(1), 10(1)
n = 3	010(0), 101(0), 010(1), 101(1)
n = 4	0101(0), 1010(0), 0101(1), 1010(1)
n = 5	01010(0), 10101(0), 01010(1), 10101(1)
...	...

----

n = 1	(0)1, 0(1), (1)0, 1(0)
n = 2	(0)01, (0)10, (1)01, (1)10
n = 3	(0)010, (0)101, (1)010, (1)101
n = 4	(0)0101, (0)1010, (1)0101, (1)1010
n = 5	(0)01010, (0)10101, (1)01010, (1)10101

... ...

2.2. 2-stellige semiotische Zahlen

n = 1 0(01), 1(01), 0(10), 1(10)

n = 2 01(01), 10(01), 01(10), 10(10)

n = 3 010(01), 101(01), 010(10), 101(10)

n = 4 0101(01), 1010(01), 0101(10), 1010(10)

n = 5 01010(01), 10101(01), 01010(10), 10101(10)

... ...

----

n = 1 (01), 0, (01), 1, (10)0, (10)1

n = 2 (01)01, (01)10), (10)01, 10(10)

n = 3 (01)010, (01)101, (10)010), (10101)

n = 4 (01)0101, (01)1010, (10)0101, (10)1010

n = 5 (01)01010, (01)10101, (10)01010, (10)10101

... ...

3. Historisch betrachtet, sind die semiotischen Zahlen natürlich Verwandte der von uns schon in Toth (2012) eingeführten Relationalzahlen, die ortsfunktionale Peanozahlen sind, d.h. es gilt für jede Peanozahl P und jeden ontischen Ort ω

P = f(ω),

und somit sind Relationalzahlen dimensionale Zahlen, die nicht auf die Linearität des "Peano-Gänsemarsches" (E. Kronthaler) beschränkt sind. Für eine 1-stellige semiotische Zahl der allgemeinen Form S = x(y) gilt daher

$$\begin{array}{lll} & x & \\ x(y) = & y & = (y)x \end{array}$$

und konvers

$$\begin{array}{lll} & y & \\ (x)y = & x & = y(x). \end{array}$$

Dementsprechend gilt für 2-stellige semiotische Zahlen der allgemeinen Form S = xy

$$\begin{array}{lll} & x & \\ x(xy) = & x & y. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} & & x \\ (xy)x = & x & y. \end{array}$$

Bereits für n = 1 begegnen wir also allen drei in Toth (2015) eingeführten ortsfunktionalen Zählweisen, d.h.

der adjazenten Zählweise. Beispiele: (xy), (yx),

der subjazenten Zählweise. Beispiele

$$\begin{array}{lllll} & x & & y & \\ x(y) = & y, & & x & = y(x) \end{array}$$

und der transjazenten Zählweise. Beispiele

$$\begin{array}{lllllll} & x & & & x & & \\ x(xy) = & x & y, & & x & y & = (xy)x. \end{array}$$

(Man beachte, daß bei diesen beiden Relationen nur die transjazente Zählweise im linken Zahlenfeld, d.h. (x → y), nicht aber diejenige im rechten Zahlenfeld, d.h. (x → x), eine definierte Zahlenfolge darstellt.)

Sobald die nicht-eingebetteten n-stelligen Zahlenfolgen des Typs S = xy größer als n = 2 werden, entstehen rasch äußerst komplexe subjazente und transjazente Relationen zwischen Paaren von nicht-eingebetteten und eingebetteten Zahlen, vgl. z.B.

	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1
10101(10) =				1	0,			1		0,

	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1
		1			0,	1				0,

ferner ergibt sich eine Form von Unentscheidbarkeit zuwischen den Zahlenfolgen 10101(10) und (10)10101, vgl.

1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	
1				0,	1			0		,

1	0	1	0	1	
1		0			,

denn

1	0	1	0	1		
1	0				=	(10)10101.

Literatur

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Redundanzfreie Systeme der qualitativen semiotischen Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

*